Principio de inducción matemática

Se usa para demostrar proposiciones mediante un primer valor y luego dos números consecutivos.
(Si se cumple, se convierte en un teorema).

1º La proposición a demostrar: $$\sum_{i=1}^{n} i^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

2º: Comprobar si se cumple para el primer valor n = 1: $\sum_{i=1}^{1} i^3 = \frac{1^2(1+1)^2}{4}$ → 1 = 1 → Sí se cumple

3: Elegir cualquier valor, como parámetro, ej. n = k: $\sum_{i=1}^{k} i^3 = \frac{k^2(k+1)^2}{4}$ → no sabemos cuánto es k

3: Elegir el siguiente valor n = k+1: $\sum_{i=1}^{k+1} i^3 = \frac{(k+1)^2(k+1+1)^2}{4}$ → no sabemos cuánto es k +1

4º Comprobar si es válida para **n = k + 1** sustituyendo parte de la izquierda por la anterior **n = k**:

$$\sum_{i=1}^{k} i^3 + (k+1)^3 = \frac{(k+1)^2(k+2)^2}{4}$$

$$\frac{k^2(k+1)^2}{4} + (k+1)^3 = \frac{(k+1)^2(k+2)^2}{4}$$

5º: Operar y simplificar para probar si ambos miembros son iguales.

$$\frac{k^2(k+1)^2 + 4(k+1)^3}{4} = \frac{(k+1)^2(k+2)^2}{4}$$

$$\frac{(k+1)^2\left[k^2 + 4(k+1)\right]}{4} = \frac{(k+1)^2(k+2)^2}{4}$$

$$\frac{(k+1)^2\left[k^2 + 4k + 4\right]}{4} = \frac{(k+1)^2(k^2+4k+4)}{4}$$ → Sí se cumple

6º: Ya podemos afirmar, por inducción matemática, que si se cumple para dos números consecutivos cualesquiera, se cumple para todos los números naturales.

Ejercicio 2:

Demostrar que: $$8+11+14+\ldots+(3n+5)=\frac{n(3n+13)}{2}$$

1º Probamos con **n = 1**: $3\times1+5=\frac{1(3\times1+13)}{2}$ → 8 = 8 → Sí se cumple

2º: Suponemos **n = k**: $$8+11+14+\ldots+(3k+5)=\frac{k(3k+13)}{2}$$

3º: Suponemos **n = k+1**: $$8+11+14+\ldots+(3k+5)+(3(k+1)+5)=\frac{(k+1)(3(k+1)+13)}{2}$$

4º: Sustituimos la parte delantera por 2ª suposición:

$$\frac{k(3k+13)}{2}+(3k+3+5)=\frac{(k+1)(3(k+1)+13)}{2}$$

5º: Operamos y simplificamos: $$\frac{k(3k+13)+2(3k+8)}{2}=\frac{(k+1)(3k+3+13)}{2}$$

Sí se cumple $$\frac{3k^2+19k+16}{2}=\frac{3k^2+19k+16}{2}$$