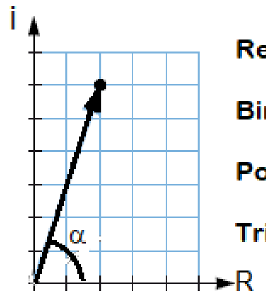
Números complejos:

- **Forma binomial**: a + bi donde a es la parte real y bi es la parte imaginaria: $i = \sqrt{-1}$
- **Potencias de i**: se repiten en múltiplos de 4: $i^0 = 1$ $i^1 = i$ $i^2 = -1$ $i^3 = -i$ $i^4 = 1$ para saber cuánto vale una determinada potencia de i, se divide el exponente entre 4, y el resto es el exponente de la potencia equivalente
- **Multiplicación**:
  En forma binómica aplicar la propiedad distributiva:
  (5 + 2 i) · (2 − 3 i) = 10 − 15i + 4i − 6i2 = 10 − 11i + 6 = 16 − 11i
  En forma polar se multiplican los módulos y se suman los argumentos.
  $6_{45} \cdot 3_{15} = (6\cdot 3)_{45+15} = 18_{60}$
- **División**: multiplicando numerador y denominador por el conjugado de este:
  $$\frac{3+2i}{1-2i} = \frac{(3+2i)\cdot(1+2i)}{(1-2i)\cdot(1+2i)} = \frac{3+6i+2i+4i^2}{1-(2i)^2} = \frac{3+8i-4}{1+4} = -\frac{1}{5}+\frac{8}{5}i$$
- **Conversión de la forma polar a la forma binómica:**
  pasar en primer lugar a la forma trigonométrica: r (cos α + i sen α)
  $z = 2_{120º} \rightarrow a = 2\cdot\cos 120º = -1 \qquad b = 2\cdot sen\ 120º = \sqrt{3} \qquad z = -1+\sqrt{3}\,i$
- **Potencia**:
  Forma binómica: se desarolla el binomio por Tartaglia o Newton
  Forma polar: Es la potencia del módulo y el producto del ángulo. *Ejemplo*: $(2_{30})^4 = 2^4_{4\cdot 30}$
- **Raíz enésima:** En forma polar su módulo es la raíz enésima y su ángulo múltiplo de: (a+2kπ)/n
  Ejemplo en binómica pasada a polar:
  $$\sqrt[6]{1+i} \Rightarrow \begin{array}{l} |z| = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2} \\ \alpha = arctg\,\frac{+1}{+1} = 45º \end{array} \Rightarrow \sqrt[6]{(\sqrt{2})_{45º}} = \sqrt[12]{2}_{\,\alpha} = \frac{45º+360ºk}{6}$$
- **Fórmula de Moivre**: $(\cos\alpha + i\,sen\,\alpha)^4 = (\cos 4\alpha + i\,sen\,4\alpha)$



Representación gráf.

Binómica: **z= a + bi = 2 + 6i**

Polar: **$z = r_{\alpha}$ = $6{,}3_{63{,}5}$**

Trigonométrica: z = r (cos α + i senα)

Ejercicios:

1.- Resuelve y expresa sus soluciones como números complejos: $x^2-x+1=0$

Sol:

$$x=\frac{1\pm\sqrt{1-4\cdot1\cdot1}}{2}=\frac{1\pm\sqrt{-3}}{2}\rightarrow\begin{cases}x_1=\dfrac{1+\sqrt{3}i}{2}\\[2ex] x_2=\dfrac{1-\sqrt{3}i}{2}\end{cases}$$

2.- Pasar de forma binómica a polar:

a) 2+2i — Sol: mod: $2\sqrt{2}$ ángulo: arctg 1 = $\pi/4$

b) -2 + 2i — Sol: mod: $2\sqrt{2}$ ángulo: arctg -1 = $3\pi/4$

c) -2 -2i — Sol: mod: $2\sqrt{2}$ ángulo: arctg 1 = $5\pi/4$

d) $\sqrt{3}$ + i — Sol: mod: 2 ángulo: arctg $1/\sqrt{3}=\pi/6$

3.- Calcular: $(3+4i)^4$

Sol 1. pasando a forma polar: $5^5{}_{53.13\cdot 4}=635_{212,52}=625_{32,5}$

Sol 2. desarrollando en binómico: $(a+b)^4=\binom{0}{4}a^4b^0+\binom{1}{4}a^3b^1+\binom{2}{4}a^2b^2+\binom{3}{4}a^1b^3+\binom{4}{4}a^0b^4$

4. Determina x e y para que estos números complejos sean iguales: $-x+yi$ y $7-6i$

Sol:

$$-x+yi=7-6i\rightarrow\begin{cases}-x=7\rightarrow x=-7\\ y=-6\end{cases}$$

6.- Resuelve las siguientes operaciones. a) $(-1-i)(-4+5i)$ b) $\dfrac{(-2+i)(1+3i)}{-1+2i}-2i$

Sol:

$$(-1-i)(-4+5i)=4-5i+4i+5=9-i$$

$$\frac{(-2+i)(1+3i)}{-1+2i}-2i=\frac{(-5-5i)(-1-2i)}{(-1+2i)(-1-2i)}-2i=3-i-2i=3-3i$$

7.- Dados los números complejos. $z_1=4_{330^\circ}$ $z_3=1-i$ Calcula a) $(z_1)^2$ b) $(z_3)^4\cdot\bar{z}_3$

Sol:

a) $(4_{330^\circ})^2=16_{660^\circ}=16_{300^\circ}$ b) $(4_{330^\circ})^2\cdot1_{240^\circ}=16_{660^\circ}\cdot1_{240^\circ}=16_{900^\circ}=16_{180^\circ}=-16$

8.- Calcula las siguientes raíces a) $\sqrt[3]{-27}=\sqrt[3]{27_{180^\circ}}$ b) $\sqrt[3]{-1+i}$

Sol: a):

módulo: 3. argumentos
$$\begin{cases}\text{Si } k=0\rightarrow\beta_1=\dfrac{180^\circ+0\cdot360^\circ}{3}=60^\circ\\[2ex] \text{Si } k=1\rightarrow\beta_2=\dfrac{180^\circ+1\cdot360^\circ}{3}=180^\circ\\[2ex] \text{Si } k=2\rightarrow\beta_3=\dfrac{180^\circ+2\cdot360^\circ}{3}=300^\circ\end{cases}$$

Sol b): $\sqrt[6]{-1+i}=\sqrt[3]{\sqrt{2}_{135}}$

módulo: $\sqrt[6]{2}$. argumentos
$$\begin{cases}\text{Si } k=0\rightarrow\beta_1=\dfrac{135^\circ+0\cdot360^\circ}{3}=45^\circ\\[2ex] \text{Si } k=1\rightarrow\beta_2=\dfrac{135^\circ+1\cdot360^\circ}{3}=165^\circ\\[2ex] \text{Si } k=2\rightarrow\beta_3=\dfrac{135^\circ+2\cdot360^\circ}{3}=285^\circ\end{cases}$$