

## MCM y MCD

### Criterios de divisibilidad

- divisible por 2, si termina en cero o cifra par.
- divisible por 3, si la suma de sus dígitos es múltiplo de 3.
- divisible por 5, si termina en cero o cinco
- divisible por 10, si termina en cero

### Mínimo Común Múltiplo mcm

1. Se descomponen los números en factores primos
2. Se toman los factores comunes que tengan mayor exponente y los no comunes.

### Máximo Común Divisor mcd

1. Se descomponen los números en factores primos y en forma de potencias
2. Sólo se toman los factores comunes que tengan menor exponente.

### Ejemplos

1- Hallar el **m. c. m.** de: 64, 84

$$64 = 2^6$$

$$84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$\mathbf{m. c. m. (64, 84) = 2^6 \cdot 3 \cdot 7 = 1344}$$

2- Hallar el **m. c. m.** de: 72, 108 y 60.

$$72 = 2^3 \cdot 3^2$$

$$108 = 2^2 \cdot 3^3$$

$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\mathbf{m. c. m. (72, 108, 60) = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 = 1080}$$

3- Hallar el **m. c. m.** de: 80, 24 y 20.

$$80 = 2^4 \cdot 5$$

$$24 = 2^3 \cdot 3$$

$$20 = 2^2 \cdot 5$$

$$\mathbf{m. c. m. = 2^4 \cdot 5 \cdot 3 = 240}$$

### Ejercicios

#### **mcm y mcd de 428 y 376**

$$428 = 2^2 \cdot 107 ; 376 = 2^3 \cdot 47$$

$$\text{m.c.d. (428, 376) = } 2^2 = 4$$

$$\text{m.c.m. (428, 376) = } 2^3 \cdot 107 \cdot 47 = 40\ 232$$

#### **mcm y mcd de 148 y 156**

$$\text{m.c.d. (148, 156) = } 2^2 = 4$$

$$\text{m.c.m. (148, 156) = } 2^2 \cdot 3 \cdot 37 \cdot 13 = 5772$$

#### **mcm y mcd de 600 y 1 000**

$$\text{m.c.d. (600, 1000) = } 2^3 \cdot 5^2 = 200$$

$$\text{m.c.m. (600, 1000) = } 2^3 \cdot 3 \cdot 5^3 = 3000$$

#### **mcm y mcd de 72, 108 y 60.**

$$\text{m.c.d. (72, 108, 60) = } 2^2 \cdot 3 = 12$$

$$\text{m.c.m. (72, 108, 60) = } 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 = 2160$$

#### **mcm y mcd de 1048, 786 y 3930**

1048	2	786	2	3930	2
524	2	393	3	1965	3
262	2	131	131	655	5
131	131	1	1	131	131
1				1	

$$1048 = 2^3 \cdot 131$$

$$786 = 2 \cdot 3 \cdot 131$$

$$3930 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 131$$

$$\mathbf{m.c.d. (1048, 786, 3930) = 2 \cdot 131 = 262}$$

$$\mathbf{m.c.m. = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 131 = 15720}$$

#### **mcm y mcd de 3120, 6200 y 1864**

3120	2	6200	2	1864	2
1560	2	3100	2	932	2
780	2	1550	2	466	2
390	2	775	5	233	233
195	3	155	5	1	
65	5	31	31		
13	13	1	1		
1					

$$3120 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 13$$

$$6200 = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 31$$

$$1864 = 2^3 \cdot 233$$

$$\text{m.c.d. (3120, 6200, 1864) = } 2^3 = 8$$

$$\text{m.c.m. = } 2^4 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 13 \cdot 31 \cdot 233 = 112678800$$

## Fracciones

### Suma y resta de fracciones

Con el mismo denominador: Se suman o se restan los numeradores y se mantiene el denominador

$$\frac{5}{7} + \frac{1}{7} = \frac{6}{7} \quad \frac{5}{7} - \frac{1}{7} = \frac{4}{7}$$

Con distinto denominador: En primer lugar se convierten las fracciones en equivalentes para que tengan el denominador común (iguales) y luego se opera como en la anterior.

$$\frac{5}{4} + \frac{1}{6} = \frac{15+2}{12} = \frac{17}{12} \quad \frac{5}{4} - \frac{1}{6} = \frac{15-2}{12} = \frac{13}{12}$$

### Multiplicación de fracciones

Se multiplican los numeradores entre sí y los denominadores también.

$$\frac{5}{4} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{24}$$

### División de fracciones

Se multiplican en cruz: el numerador del 1º por el denominador del segundo y el denominador del segundo por el del primero:

$$\frac{5}{7} : \frac{1}{6} = \frac{30}{7}$$

### Ejemplos:

Suma

$$\frac{5}{2} + \frac{3}{8} = \frac{20}{8} + \frac{3}{8} = \frac{23}{8}$$

Multiplicación

$$\frac{5}{2} \cdot \frac{3}{8} = \frac{5 \cdot 3}{2 \cdot 8} = \frac{15}{16}$$

División

$$\frac{5}{2} : \frac{3}{8} = \frac{5 \cdot 8}{2 \cdot 3} = \frac{40}{6}$$

### Ejercicios

$$\frac{9}{5} + \frac{1}{5} \quad \frac{2}{3} + \frac{5}{3}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \quad \frac{5}{6} + \frac{1}{5}$$

$$\frac{3}{7} + \frac{1}{2} \quad \frac{11}{8} + \frac{21}{4}$$

$$\frac{9}{11} + \frac{5}{7} \quad \frac{3}{2} + \frac{4}{3}$$

a)  $\frac{6}{7} + \frac{1}{7}$

b)  $\frac{6}{11} - \frac{1}{2}$

c)  $\frac{4}{3} - \frac{5}{2}$

d)  $\frac{5}{8} - \frac{1}{12}$

e)  $\frac{9}{11} - \frac{1}{5}$

f)  $\frac{21}{5} - \frac{11}{4}$

g)  $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$

h)  $\frac{7}{9} - \frac{1}{3}$

i)  $\frac{4}{3} - \frac{5}{6}$

j)  $\frac{7}{8} - \frac{4}{10}$

Soluciones: 1 ; 1 1/6 ; 1 1/6 ; 1 1/30 3 ; d) 13/24

118/77 1/6 5/7 1/22 -7/6 1/2 e) 34/55 f) 29/20 g) 1/4

; h) 4/9 i) 1/3 j) 19/40

Fracciones combinadas:

$$5\frac{1}{4} + 1\frac{1}{6} =$$

$$5\frac{1}{4} + 1\frac{1}{6} = \frac{5 \cdot 4 + 1}{4} + \frac{1 \cdot 6 + 1}{6} = \frac{21}{4} + \frac{7}{6} = \frac{63 + 14}{12} = \frac{77}{12}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{8}\right) =$$

$$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{8}\right) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{6+1}{8}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{8} = \frac{7}{16}$$

### Ejercicios:

$$\left(3 + \frac{1}{4}\right) - \left(2 + \frac{1}{6}\right) =$$

13/12

$$\frac{1}{2} : \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) =$$

6/7

$$\left(\frac{5}{3} - 1\right) \cdot \left(\frac{7}{2} - 2\right) =$$

1

$$\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) : \left(\frac{5}{3} + \frac{1}{6}\right) =$$

15/22

$$\frac{2}{3} : \left[5 : \left(\frac{2}{4} + 1\right) - 3 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)\right] =$$

8/31

Hoja de ejercicios fracciones

1)  $\frac{2}{3} + \frac{5}{3}$  7/3

2)  $\frac{9}{5} + \frac{1}{5}$  2

3)  $\frac{5}{2} + \frac{3}{8} =$  23/8

4)  $\frac{5}{2} \cdot \frac{3}{8} =$  15/16

5)  $\frac{5}{2} : \frac{3}{8}$  20/3

6)  $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$

7)  $\frac{5}{6} + \frac{1}{5}$

8)  $\frac{3}{7} + \frac{1}{2}$

9)  $\frac{9}{11} + \frac{5}{7}$

10)  $\frac{3}{2} + \frac{4}{3}$

11)  $\frac{11}{8} + \frac{21}{4}$

12)  $\frac{6}{7} - \frac{1}{5}$

13)  $\frac{4}{3} - \frac{5}{2}$

14)  $\frac{9}{11} - \frac{1}{5}$

15)  $\frac{-3}{4} - \frac{1}{2}$

16)  $\frac{6}{11} - \frac{1}{2}$

17)  $5 - \frac{1}{4}$

18)  $\frac{-12}{5} + \frac{3^2}{4} =$

19)  $\frac{7}{9} - \frac{1}{3} + \frac{3}{12} =$

20)  $5\frac{1}{4} + 1\frac{1}{6} =$  17/12

21)  $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{8}\right) =$

22)  $\left(3 + \frac{1}{4}\right) - \left(2 + \frac{1}{6}\right) =$  13/12

23)  $\frac{1}{2} : \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) =$  6/7

24)  $\left(\frac{5}{3} - 1\right) \cdot \left(\frac{7}{2} - 2\right) =$  1

25)  $\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) : \left(\frac{5}{3} + \frac{1}{6}\right) =$  15/22

26)  $\frac{2}{3} : \left[5 : \left(\frac{2}{4} + 1\right) - 3\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)\right] =$  8/31

9º Calcula el mínimo común múltiplo de:

- |               |               |                |               |
|---------------|---------------|----------------|---------------|
| a) 12 y 15    | b) 24 y 60    | c) 48 y 54     | d) 90 y 150   |
| e) 6, 10 y 15 | f) 8, 12 y 18 | g) 12, 24 y 36 | h) 7, 11 y 13 |

**Sol:** a) 60; b) 120; c) 432; d) 450; e) 30; f) 72; g) 72; h) 1001.

10º Calcula el máximo común divisor de:

- |               |                 |                |                |
|---------------|-----------------|----------------|----------------|
| a) 16 y 24    | b) 48 y 72      | c) 105 y 120   | d) 135 y 180   |
| e) 8, 12 y 16 | f) 45, 60 y 105 | g) 24, 36 y 40 | h) 20, 30 y 50 |

**Sol:** a) 8; b) 24; c) 15; d) 45; e) 4; f) 15; g) 4; h) 10.

11º Calcula el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor de:

- |                    |                    |                        |
|--------------------|--------------------|------------------------|
| a) 20 y 25         | b) 48 y 69         | c) 35 y 49             |
| d) 100, 120 y 20   | e) 66, 132 y 1100  | f) 320, 256 y 500      |
| g) 25, 30, 45 y 50 | h) 14, 28, 42 y 84 | i) 130, 200, 250 y 420 |

**Sol:** a) mcm = 100 y mcd = 5 ; b) mcm = 1104 y mcd = 3; c) mcm = 245 y mcd = 7;  
 d) mcm = 600 y mcd = 20; e) mcm = 3300 y mcd = 22; f) mcm = 32000 y mcd = 4;  
 g) mcm = 450 y mcd = 5; h) mcm = 84 y mcd = 14; i) mcm = 273000 y mcd = 10;

12º Una sirena suena cada 32 minutos, otra cada 16 minutos y otra cada hora. A las 12 h del día 1 de enero sonaron las tres a la vez, predecir cuando volverán a sonar las tres sirenas al mismo tiempo. **Sol:** A las 20 horas del 1 de enero.

13º Un barco pasa por un puerto cada 12 días, otro cada 8 días y otro cada 20 días. Si los tres barcos coincidieron un día, ¿Cuánto tiempo pasara hasta que vuelvan a coincidir?

**Sol:** Pasarán 120 días.