

MCM y MCD

Criterios de divisibilidad

- divisible por 2, si termina en cero o cifra par.
- divisible por 3, si la suma de sus dígitos es múltiplo de 3.
- divisible por 5, si termina en cero o cinco
- divisible por 10, si termina en cero

Mínimo Común Múltiplo mcm

1. Se descomponen los números en factores primos
2. Se toman los factores comunes que tengan mayor exponente y los no comunes.

Máximo Común Divisor mcd

1. Se descomponen los números en factores primos y en forma de potencias
2. Sólo se toman los factores comunes que tengan menor exponente.

Ejemplos

1- Hallar el **m. c. m.** de: 64, 84

$$64 = 2^6$$

$$84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$\text{mcm} (64, 84) = 2^6 \cdot 3 \cdot 7 = \mathbf{1344}$$

2- Hallar el **m. c. m.** de: 72, 108 y 60.

$$72 = 2^3 \cdot 3^2$$

$$108 = 2^2 \cdot 3^3$$

$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\text{mcm} (72, 108, 60) = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 = \mathbf{1080}$$

3- Hallar el **m. c. m.** de: 80, 24 y 20.

$$80 = 2^4 \cdot 5$$

$$24 = 2^3 \cdot 3$$

$$20 = 2^2 \cdot 5$$

$$\text{mcm} = 2^4 \cdot 5 \cdot 3 = \mathbf{240}$$

$$\text{mcd} = 2^2 = \mathbf{4}$$

Ejercicios resueltos

a) mcm y mcd de 428 y 376

$$428 = 2^2 \cdot 107 ; 376 = 2^3 \cdot 47$$

$$\text{m.c.d.} (428, 376) = 2^2 = 4$$

$$\text{m.c.m.} (428, 376) = 2^3 \cdot 107 \cdot 47 = 40\,232$$

b) mcm y mcd de 148 y 156

$$\text{m.c.d.} (148, 156) = 22 = 4$$

$$\text{m.c.m.} (148, 156) = 22 \cdot 3 \cdot 37 \cdot 13 = 5772$$

c) mcm y mcd de 600 y 1 000

$$\text{m.c.d.} (600, 1000) = 23 \cdot 52 = 200$$

$$\text{m.c.m.} (600, 1000) = 23 \cdot 3 \cdot 53 = 3000$$

d) mcm y mcd de 72, 108 y 60.

$$\text{m.c.d.} (72, 108, 60) = 22 \cdot 3 = 12$$

$$\text{m.c.m.} (72, 108, 60) = 23 \cdot 33 \cdot 5 = 2160$$

e) mcm y mcd de 1048, 786 y 3930

1048	2	786	2	3930	2
524	2	393	3	1965	3
262	2	131	131	655	5
131	131	1	1	131	131
1	1			1	1

$$1048 = 2^3 \cdot 131$$

$$786 = 2 \cdot 3 \cdot 131$$

$$3930 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 131$$

$$\text{mcd} (1048, 786, 3930) = 2 \cdot 131 = 262$$

$$\text{mcm} = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 131 = 15720$$

f) mcm y mcd de 3120, 6200 y 1864

3120	2	6200	2	1864	2
1560	2	3100	2	932	2
780	2	1550	2	466	2
390	2	775	5	233	233
195	3	155	5	1	1
65	5	31	31		
13	13	1	1		
1	1				

$$3120 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 13$$

$$6200 = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 31$$

$$1864 = 2^3 \cdot 233$$

$$\text{m.c.d.} (3120, 6200, 1864) = 2^3 = 8$$

$$\text{m.c.m.} = 2^4 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 13 \cdot 31 \cdot 233 = 112678800$$

Fracciones

Suma y resta de fracciones

Con el mismo denominador: Se suman o se restan los numeradores y se mantiene el denominador

$$\frac{5}{7} + \frac{1}{7} = \frac{6}{7} \quad \frac{5}{7} - \frac{1}{7} = \frac{4}{7}$$

Con distinto denominador: En primer lugar se convierten las fracciones en equivalentes para que tengan el denominador común (iguales) y luego se opera como en la anterior.

$$\frac{5}{4} + \frac{1}{6} = \frac{15+2}{12} = \frac{17}{12} \quad \frac{5}{4} - \frac{1}{6} = \frac{15-2}{12} = \frac{13}{12}$$

Multiplicación de fracciones

Se multiplican los numeradores entre sí y los denominadores también.

$$\frac{5}{4} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{24}$$

División de fracciones

Se multiplican en cruz: el numerador del 1º por el denominador del segundo y el denominador del segundo por el del primero:

$$\frac{5}{7} : \frac{1}{6} = \frac{30}{7}$$

Ejemplos:

Suma

$$\frac{5}{2} + \frac{3}{8} = \frac{20}{8} + \frac{3}{8} = \frac{23}{8}$$

Multiplicación

$$\frac{5}{2} \cdot \frac{3}{8} = \frac{5 \cdot 3}{2 \cdot 8} = \frac{15}{16}$$

División

$$\frac{5}{2} : \frac{3}{8} = \frac{5 \cdot 8}{2 \cdot 3} = \frac{40}{6}$$

Ejercicios fáciles

$$\frac{9}{5} + \frac{1}{5}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{3}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$$

$$\frac{5}{6} + \frac{1}{5}$$

$$\frac{3}{7} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{11}{8} + \frac{21}{4}$$

$$\frac{9}{11} + \frac{5}{7}$$

$$\frac{3}{2} + \frac{4}{3}$$

Ejercicios medios

a) $\frac{6}{7} + \frac{1}{7}$

b) $\frac{6}{11} - \frac{1}{2}$

c) $\frac{4}{3} - \frac{5}{2}$

d) $\frac{5}{8} - \frac{1}{12}$

e) $\frac{9}{11} - \frac{1}{5}$

f) $\frac{21}{5} - \frac{11}{4}$

g) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$

h) $\frac{7}{9} - \frac{1}{3}$

i) $\frac{4}{3} - \frac{5}{6}$

j) $\frac{7}{8} - \frac{4}{10}$

Soluciones: 1 ; 1 1/6 ; 1 1/6 ; 1 1/30 3 ; d) 13/24

118/77 1/6 5/7 1/22 -7/6 1/2 e) 34/55 f) 29/20 g) 1/4

; h) 4/9 i) 1/3 j) 19/40

Fracciones combinadas:

$$5\frac{1}{4} + 1\frac{1}{6} =$$

$$5\frac{1}{4} + 1\frac{1}{6} = \frac{5 \cdot 4 + 1}{4} + \frac{1 \cdot 6 + 1}{6} = \frac{21}{4} + \frac{7}{6} = \frac{63 + 14}{12} = \frac{77}{12}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{8}\right) =$$

$$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{8}\right) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{6+1}{8}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{8} = \frac{7}{16}$$

Ejercicios:

$$\left(3 + \frac{1}{4}\right) - \left(2 + \frac{1}{6}\right) =$$

13/12

$$\frac{1}{2} : \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) =$$

6/7

$$\left(\frac{5}{3} - 1\right) \cdot \left(\frac{7}{2} - 2\right) =$$

1

$$\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) : \left(\frac{5}{3} + \frac{1}{6}\right) =$$

15/22

$$\frac{2}{3} : \left[5 : \left(\frac{2}{4} + 1\right) - 3\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)\right] =$$

8/31

Hoja de ejercicios fracciones

1) $\frac{2}{3} + \frac{5}{3} = \frac{\quad}{3} = \frac{\quad}{3}$ 7/3

2) $\frac{9}{3} \cdot \frac{1}{3} = \underline{\quad}$ 1

3) $\frac{5}{2} + \frac{3}{8} = \frac{\quad}{8} + \frac{\quad}{8} = \frac{\quad}{8}$ 23/8

4) $\frac{5}{2} \cdot \frac{4}{8} = \underline{\quad} = \frac{\quad}{4}$ 5/4

5) $\frac{5}{2} : \frac{3}{8} = \underline{\quad} = \frac{\quad}{3}$ 20/3

6) $\frac{4}{2} + \frac{4}{3} = \frac{\quad}{6} + \frac{\quad}{6} = \frac{\quad}{6} = \frac{\quad}{3}$ 10/3

7) $\frac{5}{6} + \frac{1}{5} = \underline{\quad}$ 31/30

8) $\frac{3}{7} + \frac{1}{2} = \underline{\quad}$ 13/14

9) $\frac{9}{11} + \frac{5}{7} = \underline{\quad}$ 118/17

10) $\frac{3}{2} - \frac{4}{3} = \underline{\quad} - \underline{\quad} = \underline{\quad}$ 1/6

11) $\frac{11}{8} + \frac{21}{4} = \underline{\quad}$ 53/8

12) $\frac{6}{7} - \frac{1}{5} = \underline{\quad}$ 23/35

13) $\frac{4}{3} - \frac{5}{2} = \underline{\quad}$ -7/6

14) $\frac{3}{10} + \frac{5}{6} = \underline{\quad}$ 17/15

15) $\frac{2}{9} + \frac{3}{15} = \underline{\quad}$ 19/45

16) $\frac{-3}{7} - \frac{1}{2} = \underline{\quad}$ -13/14

17) $5 - \frac{2}{4} = \underline{\quad}$ 9/2

18) $\frac{-12}{5} + \frac{3^2}{4} = \underline{\quad}$

19) $\frac{7}{9} - \frac{1}{3} + \frac{3}{12} = \underline{\quad}$

20) $5\frac{1}{4} + 1\frac{1}{6} = \underline{\quad}$ 17/12

21) $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{8}\right) = \underline{\quad}$

22) $\left(3 + \frac{1}{4}\right) - \left(2 + \frac{1}{6}\right) = \underline{\quad}$ 13/12

23) $\frac{1}{2} : \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) = \underline{\quad}$ 6/7

24) $\left(\frac{5}{3} - 1\right) \cdot \left(\frac{7}{2} - 2\right) = \underline{\quad}$ 1

25) $\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) : \left(\frac{5}{3} + \frac{1}{6}\right) = \underline{\quad}$ 15/22

26) $\frac{2^2}{3} - \left(\frac{3}{10} - \frac{2}{6}\right) \cdot \frac{3}{2} = \underline{\quad}$ 83/60

27) $\frac{2}{3} : \left[5 : \left(\frac{2}{4} + 1\right) - 3\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)\right] = \underline{\quad}$ 8/31

Ejercicios mcm - MCD

9º Calcula el mínimo común múltiplo de:

- | | | | |
|---------------|---------------|----------------|---------------|
| a) 12 y 15 | b) 24 y 60 | c) 48 y 54 | d) 90 y 150 |
| e) 6, 10 y 15 | f) 8, 12 y 18 | g) 12, 24 y 36 | h) 7, 11 y 13 |

Sol: a) 60; b) 120; c) 432; d) 450; e) 30; f) 72; g) 72; h) 1001.

10º Calcula el máximo común divisor de:

- | | | | |
|---------------|-----------------|----------------|----------------|
| a) 16 y 24 | b) 48 y 72 | c) 105 y 120 | d) 135 y 180 |
| e) 8, 12 y 16 | f) 45, 60 y 105 | g) 24, 36 y 40 | h) 20, 30 y 50 |

Sol: a) 8; b) 24; c) 15; d) 45; e) 4; f) 15; g) 4; h) 10.

11º Calcula el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor de:

- | | | |
|--------------------|--------------------|------------------------|
| a) 20 y 25 | b) 48 y 69 | c) 35 y 49 |
| d) 100, 120 y 20 | e) 66, 132 y 1100 | f) 320, 256 y 500 |
| g) 25, 30, 45 y 50 | h) 14, 28, 42 y 84 | i) 130, 200, 250 y 420 |

Sol: a) mcm = 100 y mcd = 5 ; b) mcm = 1104 y mcd = 3; c) mcm = 245 y mcd = 7;

d) mcm = 600 y mcd = 20; e) mcm = 3300 y mcd = 22; f) mcm = 32000 y mcd = 4;

g) mcm = 450 y mcd = 5; h) mcm = 84 y mcd = 14; i) mcm = 273000 y mcd = 10;

12º Una sirena suena cada 32 minutos, otra cada 16 minutos y otra cada hora. A las 12 h del día 1 de enero sonaron las tres a la vez, predecir cuando volverán a sonar las tres sirenas al mismo tiempo. **Sol:** A las 20 horas del 1 de enero.

13º Un barco pasa por un puerto cada 12 días, otro cada 8 días y otro cada 20 días. Si los tres barcos coincidieron un día, ¿Cuánto tiempo pasara hasta que vuelvan a coincidir?

Sol: Pasarán 120 días.