

Sistemas de ecuaciones lineales (de 1er grado)

Sistemas de 2 ecuaciones lineales.

- Para que sean lineales, deben ser de primer grado.
- Necesitamos, al menos, tantas ecuaciones como incógnitas (letras).

Métodos

- **Sustitución:** Se despeja una letra de una ecuación y se sustituye en la otra
- **Igualación:** Se despeja la misma letra de ambas ecuaciones y se igualan entre sí los resultados.
- **Reducción:** Se multiplica toda una ecuación por un número para que al restarla de la otra ecuación se reduzca el número de letras.
- **Gráfico:** Se obtienen dos puntos de cada ecuación para dibujar dos rectas. El punto donde se crucen es la solución.

Ejercicios resueltos

Sustitución:

$$\begin{cases} 3x + y = 10 \rightarrow y = 10 - 3x \\ 2x + 3y = 9 \rightarrow 2x + 3(10 - 3x) = 9 \end{cases}$$

$$2x + 30 - 9x = 9 \rightarrow -7x = 9 - 30$$

$$7x = 21 \rightarrow x = 3$$

$$Y = 10 - 3 \cdot 3 \rightarrow y = 1$$

Igualación:

$$\begin{cases} 3x + y = 10 \rightarrow x = \frac{10 - y}{3} \\ 2x + 3y = 9 \rightarrow x = \frac{9 - 3y}{2} \end{cases}$$

$$\frac{10 - y}{3} = \frac{9 - 3y}{2} \rightarrow 2(10 - y) = 3(9 - 3y)$$

$$20 - 2y = 27 - 9y \rightarrow 7y = 7 \rightarrow y = 1$$

$$2x + 3 \cdot 1 = 9 \rightarrow 2x = 6 \rightarrow x = 6/2 = 3$$

Reducción:

$$\begin{cases} 3x + y = 10 \rightarrow 3(3x + y = 10) \\ 2x + 3y = 9 \rightarrow 2x + 3y = 9 \end{cases}$$

$$9x + 3y = 30$$

$$2x + 3y = 9$$

$$7x + / = 21 \rightarrow x = 21/7 = 3$$

$$9 \cdot 3 + 3y = 30 \rightarrow 3y = 30 - 27 \rightarrow y = 1$$

Gráfico:

$$\begin{cases} 3x + y = 10 \rightarrow y = 10 - 3x \\ 2x + 3y = 9 \rightarrow y = 9 - 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{Puntos recta r1 (0,10); (2; 4)} \\ \text{Puntos recta r2 (0,9); (2; 5)} \end{cases}$$

Ejercicios propuestos (con solución)

$$1) \begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = -3 \end{cases} \quad R: x=2 ; y = 5$$

$$2) \begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ x - 2y = 3 \end{cases} \quad R: x=1 ; y = -1$$

$$3) \begin{cases} 2y + 2x - 2 \\ -2x - y = -3 \end{cases} \quad R: x=4, y=-5$$

$$4) \begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 5x - 3y = 2 \end{cases} \quad R: x=1 ; y = 1$$

$$5) \begin{cases} 5x - y - 5 = 0 \\ 2x - 3y + 11 = 0 \end{cases} \quad R: x=2 ; y = 5$$

$$6) \begin{cases} x - 5y = -15x - 58 \\ x + 30 = -y + 3 \end{cases} \quad R: x=7 ; y = -34$$

$$7) \begin{cases} 21x - 2y = 47 \\ 3(y - 47) = x + 2 \end{cases} \quad R: x=7 ; y = 50$$

$$8) \begin{cases} x - y = 2 \\ \frac{x}{2} + \frac{3y}{2} = 2 \end{cases} \quad R: x=5/2 ; y = 1/2$$

$$9) \begin{cases} x + \frac{3y}{2} = 1 \\ \frac{2x}{4} + y = 2 \end{cases} \quad R: x = -8 ; y = 6$$

$$10) \begin{cases} \frac{5x}{6} + \frac{3y}{7} = 2 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{7} = 2 \end{cases} \quad R: x=24/7 ; y = -2$$

$$11) \begin{cases} \frac{x+y}{4} + \frac{x-y}{2} = 3 \\ \frac{12x-7y}{13} = 3 \end{cases} \quad R: x=5 ; y = 3$$

$$12) \begin{cases} -2x + \frac{y-2}{5} = 21 \\ 4x - \frac{x+4}{6} = 29 \end{cases} \quad x=178/23 \quad y=4241/23$$

$$13) \begin{cases} \frac{x-y}{3} - \frac{2y-3x}{6} = 8 \\ \frac{x}{6} + \frac{y}{3} = 18 \end{cases} \quad x=264/7 \quad y=246/7$$

$$14) \begin{cases} \frac{3(2x-5y)}{5x-2y} = -24 \\ \frac{4(5x+2y)}{3(\frac{1}{3}-5y)} = 1 \end{cases} \quad x=1/6 \quad y=1/3$$

$$15) \begin{cases} x - 3y - z = -15 \\ 3x + 2y + z = -2 \\ 5x - y - 2z = 2 \end{cases} \quad x=-1 \quad y=3 \quad z=-5$$

1º Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 3x + 2y = 3 \\ -x + y = -1 \end{cases}$	c) $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ -x + y = -3 \end{cases}$	d) $\begin{cases} x - y = 5 \\ 2x + 2y = 2 \end{cases}$
e) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x - y = -1 \end{cases}$	f) $\begin{cases} x - y = 3 \\ -x + 3y = -1 \end{cases}$	g) $\begin{cases} 4x - 3y = 5 \\ -2x + 5y = 1 \end{cases}$	h) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 3x + 2y = 0 \end{cases}$
i) $\begin{cases} 5x - y = 3 \\ 2x - 2y = -2 \end{cases}$	j) $\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 7x + y = 8 \end{cases}$	k) $\begin{cases} x + y = 7 \\ 2x - y = 23 \end{cases}$	l) $\begin{cases} 5x - 6y = 3 \\ 7x - 2y = 17 \end{cases}$
m) $\begin{cases} 2x + y = 9 \\ x - y = 3 \end{cases}$	n) $\begin{cases} 3x + y = 6 \\ 2x - 3y = -7 \end{cases}$	ñ) $\begin{cases} 3x - y = -5 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$	o) $\begin{cases} 5x + 3y = -1 \\ 3x + 5y = -7 \end{cases}$
p) $\begin{cases} 12x - 7y = 3 \\ 15x - 3y = 21 \end{cases}$	q) $\begin{cases} 4x + 12y = -8 \\ 5x - y = 6 \end{cases}$	r) $\begin{cases} 3x + 5y = 12 \\ 5x + 3y = 4 \end{cases}$	s) $\begin{cases} 7x - 3y = -5 \\ 5x + y = 9 \end{cases}$
t) $\begin{cases} 2(x - 3) = 2y \\ 2x - y = 5 \end{cases}$	u) $\begin{cases} 5(x + 2) = y \\ 2x + y = 3 \end{cases}$	v) $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 2(x + 1) = 2y \end{cases}$	w) $\begin{cases} 2x + y = -5 \\ 3(x - 2y) = 15 \end{cases}$
x) $\begin{cases} 3x = 3(y - 1) \\ 2 = 2(2x - y) \end{cases}$	y) $\begin{cases} 2(3x - 2) = -5y \\ 3(2x + 3y) = 12 \end{cases}$	z) $\begin{cases} x = 2(4 - y) \\ y - 3 = x - 5 \end{cases}$	

Sol: a) $x = 1, y = 1$; b) $x = 1, y = 0$; c) $x = 2, y = -1$; d) $x = 3, y = -2$; e) $x = 0, y = 1$;
 f) $x = 4, y = 1$; g) $x = 2, y = 1$; h) $x = -2, y = 3$; i) $x = 1, y = 2$; j) $x = 1, y = 1$;
 k) $x = 10, y = -3$; l) $x = 3, y = 2$; m) $x = 4, y = 1$; n) $x = 1, y = 3$; ñ) $x = -1, y = 2$;
 o) $x = 1, y = -2$; p) $x = 2, y = 3$; q) $x = 1, y = -1$; r) $x = -1, y = 3$; s) $x = 1, y = 4$;
 t) $x = 2, y = -1$; u) $x = -1, y = 5$; v) $x = 1, y = 2$; w) $x = -1, y = -3$; x) $x = 2, y = 3$;
 y) $x = -1, y = 2$; z) $x = 4, y = 2$.

2º Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} x + 3y = x - 6 \\ x - 1 = 2y + 2x \end{cases}$	b) $\begin{cases} 3(x - 2y + 1) = -3y \\ x + 5y = 2x + 3y + 3 \end{cases}$	c) $\begin{cases} 4x - y = 3(x - 3 + y) \\ 3x + 5y = -3x + 2y \end{cases}$
d) $\begin{cases} x + y = 8 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3 \end{cases}$	e) $\begin{cases} 3(x - y) = 2x + 1 \\ 4x - 15y = -2x \end{cases}$	f) $\begin{cases} x + y = 3 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 2 \end{cases}$
g) $\begin{cases} x - 3y = 6 \\ \frac{x}{3} + 2y = 5 \end{cases}$	h) $\begin{cases} 3x = 6y \\ \frac{x}{2} = \frac{3y}{2} - 1 \end{cases}$	i) $\begin{cases} x + 2y = 9 \\ 3x - \frac{y}{4} = 2 \end{cases}$
j) $\begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ \frac{x}{2} + \frac{2y}{3} = -1 \end{cases}$	k) $\begin{cases} \frac{2x - y}{x} = 4 \\ 2x + 3y = 4 \end{cases}$	l) $\begin{cases} x + 5y = 2x \\ \frac{3x}{2} - 3y = \frac{9}{2} \end{cases}$

Sol: a) $x = 3, y = -2$; b) $x = 1, y = 2$; c) $x = -1, y = 2$; d) $x = 2, y = 6$; e) $x = -5, y = -2$;
 f) $x = -3, y = 6$; g) $x = 9, y = 1$; h) $x = 4, y = 2$; i) $x = 1, y = 4$; j) $x = 2, y = -3$;
 k) $x = -1, y = 2$; l) $x = 5, y = 1$.

3º Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$a) \begin{cases} \frac{x+1}{y} = 2 \\ \frac{x}{y+1} = 1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \frac{x-y}{2} + \frac{x+y}{3} = 1 \\ 2x - \frac{3y}{4} = 1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} \frac{3x}{6} + \frac{y}{4} = 1 \\ \frac{2x}{10} - \frac{y}{6} = \frac{14}{15} \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x = 3y \\ \frac{2x}{3} = \frac{7y}{5} + 3 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} 3x - \frac{2y}{7} = 4 \\ y - 6 = x - 1 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} 2x - y = 1 \\ \frac{2x}{3} - \frac{y}{5} = 1 \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 0 \\ \frac{2x}{3} + \frac{3y}{4} = 1 \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} \frac{x+y}{x-y} = 5 \\ \frac{3x}{3+3y} = 1 \end{cases}$$

$$i) \begin{cases} \frac{x}{2} - y = -2 \\ x - \frac{y}{2} = 2 \end{cases}$$

$$j) \begin{cases} \frac{5x}{x+y} = 2 \\ 3x - 2y = x - 2 \end{cases}$$

$$k) \begin{cases} \frac{3x}{2x+y} = 2 - \frac{1}{5} \\ 2x + 3y = 3 \end{cases}$$

$$l) \begin{cases} \frac{x+y-2}{x-y} = -\frac{1}{3} \\ \frac{3x+y-3}{2y-x} = -\frac{1}{11} \end{cases}$$

Sol: a) $x = 3, y = 2$; b) $x = 2, y = 4$; c) $x = 3, y = -2$; d) $x = 15, y = 5$; e) $x = 2, y = 7$;
 f) $x = 3, y = 5$; g) $x = 6, y = -4$; h) $x = 3, y = 2$; i) $x = 4, y = 4$; j) $x = 2, y = 3$;
 k) $x = 3, y = -1$; l) $x = -1, y = 5$.

4º Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones (se recomienda usar Gauss o reducción):

$$a) \begin{cases} x - y + z = 0 \\ x + 2y + 2z = 7 \\ x - y - z = -2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 3x - 2y + 4z = 1 \\ x - y - 2z = 0 \\ 3x - 2y - z = 1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2x - y + z = 5 \\ 3x - y - z = 2 \\ 2x + y + z = 3 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x + y + 2z = 3 \\ 3x - y + z = 2 \\ x - 2y - z = -3 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 3x + 2y - z = -1 \\ 2x + 5y + 3z = 3 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} 4x - 3y + 2z = -7 \\ 2x - y + 5z = 2 \\ x - y + z = -2 \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} x + y - 2z = -1 \\ 3x - y + z = -4 \\ 2x + 2y - z = 1 \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} 3x - y + z = 3 \\ 2x + y - z = 2 \\ x + y + z = 3 \end{cases}$$

$$i) \begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x - y + 2z = 1 \\ x + 2y - z = 5 \end{cases}$$

$$j) \begin{cases} x - y + z = 2 \\ 3x - 2y - z = 3 \\ x + y - 3z = 0 \end{cases}$$

$$k) \begin{cases} 3x - y + z = 4 \\ x + y - z = 0 \\ x + 2y + 2z = -1 \end{cases}$$

$$l) \begin{cases} x - y + z = 3 \\ 2x - y + 2z = 8 \\ x + y + 2z = 8 \end{cases}$$

$$m) \begin{cases} x + y = 1 \\ y + z = 0 \\ x + z = 3 \end{cases}$$

$$n) \begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ x - 2y = 3 \\ y - z = 0 \end{cases}$$

Sol: a) $x = 1, y = 2, z = 1$; b) $x = 1, y = 1, z = 0$; c) $x = 1, y = -1, z = 2$; d) $x = 2, y = 3, z = -1$;
 e) $x = 1, y = -1, z = 2$; f) $x = 0, y = 3, z = 1$; g) $x = -1, y = 2, z = 1$; h) $x = 1, y = 1, z = 1$;
 i) $x = 2, y = 1, z = -1$; j) $x = 2, y = 1, z = 1$; k) $x = 1, y = -1, z = 0$; l) $x = 4, y = 2, z = 1$;
 m) $x = 2, y = -1, z = 1$; n) $x = 1, y = -1, z = -1$.