1. En una clase de 35 alumnos se quiere elegir un comité formado por tres alumnos. ¿Cuántos comités diferentes se pueden formar?

   No entran todos los elementos. **No** importa el orden: Juan, Ana. **No** se repiten los elementos.
   $C_{35}^{3}=\frac{35\cdot 34\cdot 33}{3\cdot 2\cdot 1}=6545$

2. De cuántas maneras diferentes pueden permutarse las letras de las palabras:
   a) EUFRASIO B) JARRA

   a) EUFRASIO: P8 = 8! = 40320
   b) JARRA: -> 2 se repiten 2 veces: $P_5{}^{2,2,1}$ = P5 / P2·P2 = 5! / 4 = 30

3. ¿De cuántas formas pueden mezclarse los siete colores del arco iris tomándolos de tres en tres?

   No entran todos los elementos. **No** importa el orden. **No** se repiten los elementos.
   $C_{7}^{3}=\frac{7\cdot \cancel{6}\cdot 5}{\cancel{3\cdot 2}}=35$

4. A una reunión asisten 10 personas y se intercambian saludos entre todos. ¿Cuántos saludos se han intercambiado?

   No entran todos los elementos. **No** importa el orden.
   No se repiten los elementos.
   $C_{10}^{2}=\frac{10\cdot 9}{2}=45$

4. ¿Cuántas apuestas de Lotería Primitiva de una columna han de rellenarse para asegurarse el acierto de los seis resultados, de 49?

   No entran todos los elementos. **No** importa el orden. **No** se repiten los elementos.
   $C_{49}^{6}=\frac{49!}{(49-6)!\cdot 6!}=13983816$

5. ¿Cuántas diagonales tiene un pentágono y cuántos triángulos se puede formar con sus vértices?

   Vamos a determinar en primer lugar las rectas que se pueden trazar entre 2 vértices.
   No entran todos. **No** importa orden. **No** se repiten los elementos. Son C_5^2, a las que tenemos que restar los lados que determinan 5 rectas que no son diagonales.
   $C_5^2-5=\frac{5\cdot 4}{2}-5=5$ *diagonales*
   $C_5^3=\frac{5\cdot 4\cdot 3}{3\cdot 2}=10$ *triángulos*

6. Un grupo, compuesto por cinco hombres y siete mujeres, forma un comité de 5 hombres y 3 mujeres. De cuántas formas puede formarse, si:
   a) Puede pertenecer a él cualquier hombre o mujer. $C_5^2\cdot C_7^3=10\cdot 35=350$
   b) Una mujer determinada debe pertenecer al comité. $C_5^2\cdot C_6^2=10\cdot 15=150$
   c) Dos hombres determinados no pueden estar en el comité. $C_3^2\cdot C_7^3=3\cdot 35=105$

7. Una persona tiene cinco monedas de distintos valores.
   ¿Cuántas sumas diferentes de dinero puede formar con las cinco monedas?

   $C_5^1+C_5^2+C_5^3+C_5^4+C_5^5=5+10+10+5+1=31$

8. En una bodega hay cinco tipos diferentes de botellas. ¿De cuántas formas se pueden elegir cuatro botellas?

   No entran todos los elementos. Sólo elije 4. **No** importa el orden. Da igual que elija 2 botellas de anís y 2 de ron, que 2 de ron y 2 de anís. **Sí** se repiten los elementos. Puede elegir más de una botella del mismo tipo. $CR_5^4=\frac{(5+4-1)!}{4!(5-1)!}=\frac{8!}{4!\cdot 4!}=70$

9. Con las letras de la palabra **libro**, ¿cuántas ordenaciones distintas se pueden hacer que empiecen por vocal?

Método 1: Sí entran todos los elementos**.** Sí importa el orden. No se repiten los elementos.

i _ _ _ _ o _ _ _ _ $P_2 \cdot P_4 = 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 48$

Método 2: P5 = 5! = 120 -> Que empiecen por vocal son 2/5 = 120*2/5 = 48

10. Con las letras de la palabra CARMEN, a) ¿cuántas palabras distintas de 4 letras se pueden hacer? b) ¿Cuántas de las palabras acaban en vocal?

a) $V_{6,4} = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$

b) **Método 1**: _ _ _ _ _ A y _ _ _ _ _ E: Dos veces $V_{5,4} = 2 \cdot V_{5,4} = 2 \cdot 60 = 120$

b) **Método 2**: De las 6 posibles terminaciones, 2 son vocales → 2/6 de 360 = 120

11. ¿Cuántos números de cinco cifras distintas se pueden formar con las cifras impares?
b) ¿Cuántos de ellos son mayores de 70.000?

Sí entran todos los elementos. Sí importa el orden. No se repiten los elementos. $P_5 = 5! = 120$

b) 7 _ _ _ _ 9 _ _ _ _ $P_2 \cdot P_4 = 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 48$

12. Con las cifras 1, 2 y 3, ¿cuántos números de cinco cifras pueden formarse? b) ¿Cuántos son pares?

Sí entran todos los elementos: 3 < 5 Sí importa orden. Sí se repiten los elementos. $VR_3^5 = 3^5 = 243$

b) Si el número es par tan sólo puede terminar en 2: _ _ _ _ 2 $VR_3^4 = 3^4 = 81$

13. Con el punto y raya del sistema Morse, ¿cuántas señales distintas se pueden enviar, usando como máximo cuatro pulsaciones?

No entran todos los elementos en un caso y sí entran en lo otros. Sí importa el orden. Sí se repiten los elementos. $VR_2^1 + VR_2^2 + VR_2^3 + VR_2^4 = 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 = 30$

14. ¿De cuántas maneras pueden sentarse 3 rumanos, 2 polacos y 5 españoles, de modo que los de la misma nacionalidad se sienten juntos?

Las opciones para el ordenamiento de las nacionalidades son P3. Por ejemplo, una de ellas sería (ESP) (POL) (RUM). En cada opción, los 5 españoles se pueden intercambiar entre ellos de P5 maneras diferentes; los dos polacos de P2 formas distintas; y los 3 rumanos de P3 formas diferentes. El número total de posibilidades es: P3 · P5 · P2 ·P3 = 58640.

15. ¿De cuántas maneras pueden colocarse en una estantería 5 libros grandes, 4 medianos y 6 pequeños (todos distintos), de modo que los de cada tamaño siempre estén juntos?

Es un problema similar al anterior. Su número será: P3 ? P5 ? P4 ? P6512441600.

16. Resolver las ecuaciones combinatorias:

$$V_m^x = 120 \cdot C_m^x$$

$$\frac{m!}{(m-x)!} = 120 \cdot \frac{m!}{x! \cdot (m-x)!}$$

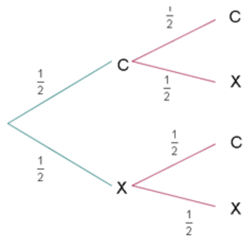
$$1 = \frac{120}{x!} \qquad x! = 120$$

$$x! = 5!$$

$$x! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \qquad x = 5$$

Probabilidad.

1. Hallar la probabilidad de que al lanzar al aire dos monedas, salgan:



1 Dos caras: (una cara **Y** una cara) $p(2c) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

2 Dos cruces: (una cruz **Y** una cruz) $p(2x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

3 Al menos una cara (una cara **O** una cara): ½ + ½ = 2/2 = 1

Busca la probabilidad de que al echar un dado al aire, salga:

Un número par $p(par) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ Un múltiplo de tres $p(\dot{3}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ Mayor que cuatro $p(>4) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

2. Se lanzan dos dados al aire y se anota la suma de los puntos obtenidos. Se pide:

1	2	3	4	5	6
6	5	4	3	2	1

1 La probabilidad de que salga el 7 $p(7) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

2 La probabilidad de que el número obtenido sea par $p(par) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$

3 La probabilidad de que el número obtenido sea múltiplo de tres

1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6
2	5	1	4	3	6	2	5	1	4	3	6

$p(\dot{3}) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$

3. Se lanzan tres dados. Encontrar la probabilidad de que:

1 Salga 6 en todos $p(6_1 \cap 6_2 \cap 6_3) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{216}$

2 Los puntos obtenidos sumen 7

1	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	4	4	5
1	2	3	4	5	1	2	3	4	1	2	3	1	2	1
5	4	3	2	1	4	3	2	1	3	2	1	2	1	1

$p(7) = \frac{15}{6^3} = \frac{5}{72}$

4. Se sacan dos bolas de una urna que se compone de una bola blanca, otra roja, otra verde y otra negra. Describir el espacio muestral cuando:
   La primera bola se devuelve a la urna antes de sacar la segunda:
   E = {BB, BR, BV, BN, RB, RR, RV, RN, VB, VR, VV, VN, NB, NR, NV, NN}
   La primera bola no se devuelve:
   E = { BR, BV, BN, RB, RV, RN, VB, VR, VN, NB, NR, NV}

5. Una urna tiene ocho bolas rojas, 5 amarilla y siete verdes. Se extrae una al azar de que:

   1 Sea roja $p(roja) = \frac{8}{20} = 0.4$ 2 Sea verde $p(no\ roja) = 1 - \frac{8}{20} = 0.6$

   3 Sea amarilla $p(verde) = \frac{7}{20} = 0.35$ 4 No sea roja $p(amarilla) = \frac{5}{20} = 0.25$

   5 No sea amarilla $p(no\ amarilla) = 1 - \frac{5}{20} = 0.75$

6. Una urna contiene tres bolas rojas y siete blancas. Se extraen dos bolas al azar. Escribir el espacio muestral y hallar la probabilidad de:

1 Extraer las dos bolas con reemplazamiento $E=\{RR, RB, BR, BB\}$

$p(RR)=\frac{3}{10}\cdot\frac{3}{10}=\frac{9}{100}$ $p(RB)=\frac{3}{10}\cdot\frac{7}{10}=\frac{21}{100}$ $p(BR)=\frac{7}{10}\cdot\frac{3}{10}=\frac{21}{100}$ $p(BB)=\frac{7}{10}\cdot\frac{7}{10}=\frac{49}{100}$

2 Sin reemplazamiento

$\mathrm{p(RR)}=\frac{3}{10}\cdot\frac{2}{9}=\frac{6}{90}$ $\mathrm{p(RB)}=\frac{3}{10}\cdot\frac{7}{9}=\frac{21}{90}$ $\mathrm{p(BR)}=\frac{7}{10}\cdot\frac{3}{9}=\frac{21}{90}$ $\mathrm{p(BB)}=\frac{7}{10}\cdot\frac{6}{9}=\frac{42}{90}$

7. Se extrae una bola de una urna que contiene 4 bolas rojas, 5 blancas y 6 negras, ¿cuál es la probabilidad de que la bola sea roja o blanca? ¿Cuál es la probabilidad de que no sea blanca?

$$p(R\cup B)=\frac{4}{15}+\frac{5}{15}=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}\quad p(\overline{B})=1-p(B)=1-\frac{5}{15}=\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$$

8. En una clase hay 10 alumnas rubias, 20 morenas, cinco alumnos rubios y 10 morenos. Un día asisten 44 alumnos, encontrar la probabilidad de que el alumno que falta:

1 Sea hombre $p(\text{hombre})=\frac{15}{45}=\frac{1}{3}$ 2 Sea mujer morena $p(\text{mujer morena})=\frac{20}{45}=\frac{4}{9}$

3 Sea hombre o mujer $p(\text{hombre}\cup\text{mujer})=1$

9. En un sobre hay 20 papeletas, ocho llevan dibujado un coche las restantes son blancas. Hallar la probabilidad de extraer al menos una papeleta con el dibujo de un coche:

1 Si se saca una papeleta $p(C_1)=\frac{8}{20}$

2 Si se extraen dos papeletas $p(C_2)=1-p(2B)=1-\left(\frac{12}{20}\cdot\frac{11}{19}\right)=\frac{62}{95}$

3 Si se extraen tres papeletas $p(C_3)=1-p(3B)=1-\left(\frac{12}{20}\cdot\frac{11}{19}\cdot\frac{10}{18}\right)=\frac{46}{57}$

10. Los estudiantes A y B tienen respectivamente probabilidades 1/2 y 1/5 de suspender un examen. La probabilidad de que suspendan el examen simultáneamente es de 1/10. Determinar la probabilidad de que al menos uno de los dos estudiantes suspenda el examen. $p(A\cup B)=\frac{1}{2}+\frac{1}{5}-\frac{1}{10}=\frac{3}{5}$

11. Una clase consta de 10 hombres y 20 mujeres; la mitad de los hombres y la mitad de las mujeres tienen los ojos castaños. Determinar la probabilidad de que una persona elegida al azar sea un hombre o tenga los ojos castaños.

	Hombre	Mujer	
O. castaños	5	10	15
	10	20	30

12. La probabilidad de que un hombre viva 20 años es ¼ y la de que su mujer viva 20 años es 1/3. Se pide calcular la probabilidad:

$\boxed{1}$ De que ambos vivan 20 años $p(H \cap M) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$

$\boxed{2}$ De que el hombre viva 20 años y su mujer no $p(H \cap \bar{M}) = p(H)[1 - p(M)] = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$

$\boxed{3}$ De que ambos mueran antes de los 20 años $p(\bar{H} \cap \bar{M}) = [1 - p(H)][1 - p(M)] = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$

13. Calcular la probabilidad de sacar exactamente dos cruces al tirar una moneda cuatro veces $p(2\text{ Cruces}) = \frac{CR_4^2}{VR_2^4} = \frac{6}{16}$
14. Un grupo de 10 personas se sienta en un banco. ¿Cuál es la probabilidad de que dos personas fijadas de antemano se sienten juntas $p(A) = \frac{2 \cdot 9!}{10!} = \frac{1}{5}$
15. Se extraen cinco cartas de una baraja de 52. Hallar la probabilidad de extraer:

$\boxed{1}$ 4 ases $p(4\text{ ases}) = \frac{C_4^4 \cdot C_{48}^1}{C_{52}^5} = \frac{1}{54145}$

$\boxed{2}$ 4 ases y un rey $p(4\text{ ases y un rey}) = \frac{C_4^4 \cdot C_4^1}{C_{52}^5} = \frac{1}{649\,740}$

$\boxed{3}$ 3 cincos y 2 sotas $p(3\text{ cincos y dos sotas}) = \frac{C_4^3 \cdot C_4^2}{C_{52}^5} = \frac{1}{180\,290}$

$\boxed{4}$ Un 9, 10, sota, caballo y rey en cualquier orden $p(escalera) = \frac{C_4^1 \cdot C_4^1 \cdot C_4^1 \cdot C_4^1 \cdot C_4^1}{C_{52}^5} = \frac{64}{162\,435}$

$\boxed{5}$ 3 de un palo cualquiera y 2 de otro $p(3\ y\ 2) = \frac{4 \cdot C_{13}^3 \cdot 3 \cdot C_{13}^2}{C_{52}^5} = \frac{429}{4165}$

$\boxed{6}$ Al menos un as $p(\text{ningún as}) = \frac{C_{48}^5}{C_{52}^5} = \frac{35\,673}{54145}$

La probabilidad experimental: Es la probabilidad asignada a un suceso mediante el cálculo de la frecuencia relativa del mismo al repetir el experimento muchas veces.

Ejemplo: Al tirar una chincheta puede caer con la punta hacia arriba o hacia abajo. Para averiguar la probabilidad de cada uno de estos sucesos, se ha realizado el experimento muchas veces obteniendo los resultados dados en la tabla. A la vista de ellos, ¿qué probabilidad asignarías al suceso "caer con la punta hacia abajo"?

Nº de tiradas	10 50 100 500 1000
Punta hacia arriba	7 29 65 337 668

En la tabla se observa que la frecuencia relativa del suceso "caer con la punta hacia arriba" tiende a 0,67. Caer con la "punta hacia abajo" es el suceso contrario, se puede

considerar P("punta hacia abajo") = 1– 0,67 = 0,33