

Radicals - Propietats i operacions - Racionalització - Equacions irracionals

Propietats:

1.- Passar arrel a potència:	$\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$	Exemple: $\sqrt[3]{x^5} = x^{\frac{5}{3}}$
2.- Exponent negatiu:	$\frac{1}{\sqrt{x^m}} = \sqrt{x^{-m}} = x^{-\frac{1}{m}}$	Exemple: $\frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{3^{-1}} = 3^{-\frac{1}{2}}$
3.- Potència d'un radical:	$(\sqrt[n]{a^p})^k = \sqrt[n]{a^{p \cdot k}}$	Exemple: $(\sqrt[4]{7})^3 = \sqrt[4]{7^3}$
4.- Arrel d'un arrel:	$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$	Exemple: $\sqrt[3]{\sqrt[4]{5}} = \sqrt[3 \cdot 4]{5} = \sqrt[12]{5}$

Operacions amb arrels

Multiplicar y dividir:

- Si tienen los **índices iguales** se multiplican/dividen las bases: $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$ y $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$
- Si tienen **bases iguales** de suman los inversos de los índices
- Si tienen índices y bases diferentes: se busca mediante el mcm que tengan índices iguales.

Extraer o meter un factor de la raíz:

Para sacar: Es necesario tener elevado el valor a la misma potencia que el índice de la raíz.

Ejemplo: $\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \cdot 3} = 2 \cdot \sqrt{3}$

Para meter: Entra con la potencia del índice de la raíz: Ej: $2 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{2^2 \cdot 3}$

Sumar y restar:

En realidad no se puede. Se agrupan extrayendo factor común:

Ejemplo: $\sqrt{12} + \sqrt{3} = 2 \cdot \sqrt{3} + \sqrt{3} = \sqrt{3} (2 + 1) = 3\sqrt{3}$

Racionalització:

El joc consisteix en treure l'arrel del denominador. 3 tipus

Tipo A: Una arrel quadrada al denominador:

Se multiplica numerador y denominador por el denominador: $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Tipo B: Una arrel amb altre que suma o resta al denominador:

Se multiplica numerador y denominador por el conjugado del denominador (signo cambiado)

$$\frac{2}{3 - \sqrt{5}} = \frac{2(3 + \sqrt{5})}{(3 - \sqrt{5}) \cdot (3 + \sqrt{5})} = \frac{2(3 + \sqrt{5})}{3^2 - \sqrt{5}^2} = \frac{2(3 + \sqrt{5})}{4} = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$

Tipo C: Una arrel no quadrada al denominador:

Se multiplica numerador y denominador por el denominador elevado a la potencia 1 menos que la raíz.

$$\frac{3}{\sqrt[4]{2}} = \frac{3 \cdot \sqrt[4]{2^3}}{\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{2^3}} = \frac{3\sqrt[4]{8}}{2}$$

Equacions irracionals:

El joc consisteix en deixar l'arrel a un costat de l'equació i després elevar-lo tot a la potència de l'arrel

$$\sqrt{x+1} + 3 = 7 \rightarrow \sqrt{x+1} = 4 \rightarrow \sqrt{x+1}^2 = 4^2 \rightarrow x+1 = 8 \rightarrow x = 7$$

Exercicis fonamentals

A. Escriu en forma de potència d'exponent fraccionari:

- a) $\sqrt[7]{2^2} =$ b) $\sqrt{a^5} =$ c) $\sqrt[10]{8^3} =$ d) $\sqrt[3]{-5} =$
 e) $\sqrt[3]{7} =$ f) $\sqrt{2} =$ g) $\sqrt[6]{5^5} =$ h) $\sqrt[15]{2^9} =$

B. Escriu en forma de radical:

- a) $17^{\frac{1}{3}} =$ b) $(-3)^{\frac{7}{4}} =$ c) $2^{\frac{2}{5}} =$ d) $7^{\frac{3}{2}} =$
 e) $(-2)^{\frac{3}{5}} =$ f) $3^{\frac{1}{2}} =$ g) $(-11)^{\frac{7}{3}} =$ h) $6^{\frac{1}{4}} =$

C. Efectua aquestes operacions:

- a) $\sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[3]{2^5} =$ b) $\frac{\sqrt[3]{24}}{\sqrt[3]{3}} =$ c) $\sqrt{\sqrt[3]{2}} =$ d) $\sqrt[3]{2^5} \cdot \sqrt[4]{8^2} \cdot \sqrt{32} =$

D. Extreure factors de l'arrel

- a) $\sqrt[3]{24}$ b) $\sqrt{48}$ c) $\sqrt[3]{54}$ d) $\sqrt{300}$

E. Efectua pas a pas les sumes i restes següents i simplifica al màxim el resultat:

- | | |
|--|---|
| a) $\sqrt{10} + 2\sqrt{10} - \frac{1}{2}\sqrt{10} =$ | j) $5\sqrt{27} + 3\sqrt{12} - 4\sqrt{75} =$ |
| b) $3\sqrt{12} - 2\sqrt{75} + 7\sqrt{3} =$ | k) $3\sqrt{8} - 5\sqrt{72} + \sqrt{50} + 4\sqrt{18} =$ |
| c) $\sqrt{32} - 5\sqrt{18} + \sqrt{3} =$ | l) $2\sqrt{32} - 5\sqrt{2} + 3\sqrt{128} =$ |
| d) $3\sqrt{8} + 2\sqrt{50} - 4\sqrt{18} =$ | m) $\sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{2} =$ |
| e) $\sqrt{1331} - \sqrt{44} + 2\sqrt{99} =$ | n) $\sqrt{2} + \sqrt[4]{4} + \sqrt[6]{8} =$ |
| f) $7\sqrt{8} + \sqrt{12} - \sqrt{32} - \sqrt{75} =$ | o) $\sqrt{8} + 3\sqrt{2} - 4\sqrt{18} + \sqrt{5} =$ |
| g) $\sqrt{980} - \sqrt{1280} - \sqrt{605} =$ | p) $3\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{2} + 5\sqrt[3]{2} =$ |
| h) $5\sqrt{5} - \sqrt{80} + \sqrt{20} =$ | q) $\sqrt{9m} + 4\sqrt{m^3} - \sqrt{64m^5} =$ |
| i) $\sqrt{243} - 5\sqrt{3} + 2\sqrt{27} =$ | r) $\sqrt{5x} + \sqrt{45x} - \sqrt{20x} =$ |
| | s) $3\sqrt[4]{2a} + 6\sqrt[4]{32a^9} - \sqrt[3]{27a^2} =$ |

7. Redueix els radicals següents a mínim comú índex:

- a) $\sqrt[4]{3}, \sqrt{3}, \sqrt[5]{3}$ b) $\sqrt{2}, \sqrt[3]{2}, \sqrt[4]{2}$
 c) $\sqrt[5]{4}, \sqrt{2}, \sqrt[3]{5}, \sqrt[15]{7}$ d) $\sqrt{5}, \sqrt[4]{3}, \sqrt[8]{7}$

1.- Pasar de raíz y a potencia y a la inversa:

(soluciones en la siguiente hoja)

a) $\sqrt[4]{2^7}$

b) $\sqrt{a^5}$

c) $3^{\frac{1}{2}}$

d) $(-2)^{\frac{3}{5}}$

2.- Simplificar los siguientes radicales, extrayendo factores si es necesario:

a) $\sqrt{200}$

b) $\sqrt[4]{3^2} =$

c) $\sqrt[3]{m^4n^3p^8}$

d) $\sqrt[3]{7^3 \cdot 5^6} =$

e) $\sqrt[6]{5^3 \cdot 4 \cdot 5^7 \cdot \sqrt{2}} =$

3.- Introduce el factor dentro del radical:

a) $3\sqrt{5} = \sqrt{5 \cdot 3^2} = \sqrt{45}$

b) $7^3\sqrt{2}$

c) $a^5 \cdot \sqrt[7]{a^2}$ d) $5^2 \cdot 3 \cdot \sqrt[3]{3^2}$

4.- Resolver las siguientes operaciones de suma y resta de raíces:

a) $7\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} =$

c) $4\sqrt[3]{9} + \frac{1}{2}\sqrt[3]{9} - \frac{3}{4}\sqrt[3]{9} =$

b) $-2\sqrt{7} + 5\sqrt{7} - 7\sqrt{7} + 3\sqrt{7} + 4\sqrt{2^2 \cdot 7} =$

d) $\sqrt{18} + 3\sqrt{2} - \sqrt{50} =$

5) Desarrollar y simplificar:

1. $\sqrt{2\sqrt{2^4}}$

2. $\sqrt[3]{a^{2x-y}} \cdot \sqrt[3]{a^{x+y}}; \quad 4\sqrt{a^{3x+2}} \cdot 2\sqrt{a^{2-3x}}$

3. $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[4]{4}$

4. $\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 + (3 - \sqrt{6})^2 + (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

5. $\sqrt{6 + 2\sqrt{5}} - \sqrt{6 - 2\sqrt{5}})^2 + 3\sqrt{6 + 2\sqrt{5}} \cdot \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$

6. $\sqrt{\frac{2a}{3}} \cdot \sqrt{\frac{3}{8a}} \cdot \sqrt{\frac{2a}{3}}$

7. $\sqrt{5 + 2\sqrt{6}} \cdot \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} + \sqrt[3]{4 + 2\sqrt{2}} \cdot \sqrt[3]{4 - 2\sqrt{2}}$

8. $(\sqrt{a + b + \sqrt{4ab}} - \sqrt{a + b - \sqrt{4ab}})^2$

9. $\sqrt[3]{\frac{x-y}{x^2+2xy+y^2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{x^2-2xy+y^2}{x+y}} + \frac{4xy}{x^2-y^2}$

10. $(\sqrt{7} + \sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{7} - \sqrt{3} + \sqrt{2}) \rightarrow (6+2\sqrt{14})$

11. $(\sqrt{12} + \sqrt{18} + \sqrt{24})(\sqrt{12} + \sqrt{18} - \sqrt{24})$

12. $(5+2\sqrt{6} + \sqrt{15})(5 - 2\sqrt{6} + \sqrt{15})$

13. $\sqrt{\frac{a+b}{a-b}} \Leftrightarrow \sqrt{a^2 - b^2}; \sqrt{6x^2 - 6} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{3x+3}{2x-2}}$

6) Extraer la raíz de los siguientes productos

1. $\sqrt{4 \cdot 9} \Leftrightarrow; \sqrt[3]{8 \cdot 27}; \sqrt{a^2 \cdot b^2}$

2. $\sqrt{16 \cdot 121 \cdot 400}; \sqrt[3]{8 \cdot 27 \cdot 125}$

3. $\sqrt{4a^2} + \sqrt{9a^2} - \sqrt{16a^2}$

4.- $4\sqrt[3]{343x^3} - 5\sqrt{36y^2} - 3\sqrt{81x^2} + 6\sqrt[3]{125y^3}$

5.- $\sqrt{(x^2 - 2xy + y^2)(a + b)^2}$

6.- $\sqrt{8} + 2\sqrt{32} + 7\sqrt{50} - 6\sqrt{162} + 9\sqrt{98} + 7\sqrt{242}$

7.- $3\sqrt{12a} + 2\sqrt{27a} - \sqrt{75a}$

8.- $\sqrt{15} + \sqrt{20} - \sqrt{80} - \sqrt{125}$

9.- $\sqrt{2} + \sqrt{50} + \sqrt{98} - \sqrt{288}$

C) DIVISIÓN DE RAICES DE IGUAL INDICE.

1.- $\sqrt[3]{\frac{64}{27}} + \frac{\sqrt{32x^5y^5}}{\sqrt{2x^3y^3}} + \sqrt{\frac{18xy}{25}} : \sqrt{\frac{9xy}{5a^2}}$

2.- $\frac{\sqrt{ax}(\sqrt{ax-1} - \sqrt{a^3x})}{\sqrt{a^{1-x}}}$

3.- $\left(\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{\sqrt{a-b}} + \frac{\sqrt{(a+b)^3}}{\sqrt{(a+b)^2}}\right)$

4.- $(4\sqrt[3]{16} - 6\sqrt[3]{54} + 8\sqrt[3]{128}) : 2\sqrt[3]{2}$

MISCELANEA

A) Calcular :

$$1.- \frac{5\sqrt{50}+18\sqrt{32}-6\sqrt{200}}{3\sqrt{2}}$$

$$2.- \sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{250} + 2\sqrt[3]{54}$$

$$3.- (3\sqrt{7} + \sqrt{2})^2 - (2\sqrt{7} + \sqrt{2})(2\sqrt{7} - \sqrt{2})$$

$$4.- (\sqrt{5} - 1)(\sqrt{2} + 1) - (\sqrt{5} + 1)(\sqrt{2} + 1) + \sqrt{2}$$

$$5.- (2+\sqrt{2})(2 - \sqrt{3}) - \sqrt{2}(2 - \sqrt{3})$$

$$6.- (6\sqrt{7} - 5\sqrt{7} + 2\sqrt{7})(8\sqrt{2} - 5\sqrt{2})\sqrt{2}$$

$$7.- (\sqrt{18}:\sqrt{9} + \sqrt{27}:\sqrt{9} - \sqrt{32}:\sqrt{8} - \sqrt{3} + 2)\sqrt{2}$$

D) Expresa como cociente y calcula:

$$1.- \left(\sqrt[3]{\frac{27}{8}} - \sqrt[3]{\frac{125}{64}} + 3\sqrt[3]{\frac{27}{8}}\right) : \left(\sqrt[3]{\frac{64}{27}} + \sqrt[3]{\frac{81}{64}}\right)$$

$$2.- \sqrt{\frac{2(a^2+b^2)^2}{c^2} - \frac{2(a^2-b^2)^2}{c^2}}$$

$$3.- \sqrt{ab} : \left(\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}}\right)$$

$$4.- \sqrt[3]{\frac{25^3}{64^3}} + \sqrt[3]{\frac{8^2}{27^2}} - \sqrt[3]{x \frac{25^x}{125^x}}$$

E) Aplicando la propiedad de la raíz de una raíz calcular:

$$1.- 3\sqrt[3]{\sqrt{x}} - 2\sqrt[3]{\sqrt{x}} + 5\sqrt[6]{x} =$$

$$2.- \sqrt[3]{\sqrt[4]{a^3}} + \sqrt[5]{\sqrt[4]{a^5}} - 2\sqrt[7]{\sqrt[4]{a^7}} =$$

$$3.- 2\sqrt[3]{\sqrt[4]{ab}} + \sqrt[6]{\sqrt{ab}} - 4\sqrt[4]{\sqrt[3]{ab}} + \sqrt[6]{\sqrt{ab}} =$$

$$4.- \sqrt[9]{\sqrt[5]{x^{11}}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt[15]{x^{10}}} \cdot \sqrt{x} =$$

$$5.- \sqrt[9]{\sqrt{x^6}} + \sqrt[3]{\sqrt[5]{x^5}} - \sqrt[3]{\sqrt[4]{x^6}} - \sqrt[3]{\sqrt[15]{x^5}} =$$

$$6.- (x+y)\sqrt{\frac{x^2+y^2}{x^2+2xy+y^2}} =$$

$$7.- (\sqrt{3} + \sqrt{2})\sqrt{5 - 2\sqrt{6}}; (2 + \sqrt{3})\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} =$$

$$8.- \left(\frac{9^{x+\frac{1}{4}}\sqrt{9^{-\frac{1}{2}}\cdot 3^x}}{3\sqrt{3^{-x}}}\right) \frac{1}{x}; \left[\frac{(x-1)^3}{3} \sqrt{\frac{(x-1)^2}{3}}\right]^4$$

$$9.- (2+\sqrt{3})\sqrt{7 - 4\sqrt{3}}; (7 + \sqrt{5})\sqrt{54 - 14\sqrt{5}}$$

F) Aplica la propiedad de cambio de índice

$$1.- \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[5]{a}; a^{x-y}\sqrt{ax^2-y^2}; \frac{\sqrt[5]{x^2} \cdot \sqrt[3]{x^4}}{\sqrt[5]{x} \cdot \sqrt[3]{x^5}}$$

$$2.- 2\sqrt{a} - 3\sqrt[3]{a} + 5\sqrt[4]{a}$$

$$3.- \frac{5\sqrt[3]{a^2b^2} \cdot 2\sqrt[3]{a^2b}}{2\sqrt{ab} \cdot 3\sqrt[4]{a^3b^3}}$$

$$4.- \sqrt[3]{ab^2} \cdot a\sqrt{ab\sqrt{ab}} \cdot \sqrt[9]{a^5b^3}$$

$$5.- \left[\frac{a^3\sqrt{x\sqrt{ax}} \cdot x \cdot \sqrt[5]{a^3\sqrt{a^2x}} \cdot ax \cdot \sqrt[4]{a^3x^2}}{2x}\right]^2$$

$$6.- \frac{a^3\sqrt{x} \cdot 2x \cdot \sqrt{\sqrt{a^3}}}{\sqrt[3]{x\sqrt{2x^3}}(\sqrt{2a})^3}$$

$$7.- \frac{a^4\sqrt{x^5y^{17}} \cdot \sqrt[4]{b^4xy^9}}{\sqrt[4]{x^{13}y^9a^4} \cdot b \cdot \sqrt[4]{x^5y^5}}$$

$$8.- \sqrt{2\sqrt[3]{2\sqrt{2}}} + \sqrt[3]{3\sqrt[3]{3\sqrt{3}}}$$

Racionalizar:

1.- $\frac{1}{\sqrt{2}}$; $\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$; $\frac{5+\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$

2.- $\frac{6}{\sqrt[3]{6}}$; $\frac{x}{\sqrt[4]{x}}$; $\frac{a}{\sqrt[n]{a}}$

3.- $\frac{a\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a^2}}$; $\frac{3}{\sqrt[5]{5}}$

4.- $\frac{6}{2+\sqrt{2}}$; $\frac{1}{3-\sqrt{2}}$; $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$

5.- $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2+\sqrt{2}}$; $\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{\sqrt{2+\sqrt{2}}}$; $\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}$

6.- $\left(\frac{2-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}\right)^{\frac{1}{2}}$

7.- $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} + \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$

8.- $\frac{27}{\sqrt[3]{2}} + \frac{24}{\sqrt[3]{16}} + \frac{15}{\sqrt[3]{81}} + \frac{6}{\sqrt[3]{3}}$

9.- $\frac{1}{\sqrt{3}+1} + \frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}-1} + \frac{1}{\sqrt{2}-1}$

10.- $\sqrt[5]{\frac{3a^3b}{2a^2b^3}}$; $\frac{4\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{3\sqrt{3}-2\sqrt{2}}$

11.- $\frac{2}{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y}}$; $\frac{5}{\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{2}}$; $\frac{6\sqrt{2}}{\sqrt[3]{5}-\sqrt[3]{2}}$

Ecuaciones irracionales

G) Resolver las siguientes ecuaciones:

1.- $\sqrt{x+3} = 3$

2.- $2\sqrt{x-7} = 3\sqrt{x-17}$

3.- $\sqrt{x+1} + 1 = x$

4.- $3\sqrt{2x} - 5\sqrt{8x} + 7\sqrt{18x} = 9\sqrt{20x}$

5.- $2\sqrt{x-7} + 3\sqrt{x+1} = 11\sqrt{x-7}$

6.- $3\sqrt{a-x} + 4\sqrt{x-b} = 4\sqrt{a-x} + 3\sqrt{x-b}$

7.- $2\sqrt{9x+4} - 3\sqrt{4x-11} = 5$

8.- $2\sqrt{x+17} + \sqrt{x+4} = 3\sqrt{x+8}$

9.- $5\sqrt{2x+3} - \sqrt{18x-5} = \frac{4x+12}{\sqrt{2x+3}}$

10.- $\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} = 0$

11.- $a+x + \sqrt{2ax+x^2} = b$

12.- $\frac{4+x}{\sqrt{x+2}} = 2 - \sqrt{x}$

13.- $\frac{2x-3}{\sqrt{x-2}+1} = 2\sqrt{x-2} - 1$

14.- $3\sqrt{2x-1} - \sqrt{8x+17} = \frac{2(x-3)}{\sqrt{2x-1}}$

15.- $\sqrt{6+4+\sqrt{x^4+10x^2+3x+10}} = x+3$

16.- $\sqrt{3x} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2x} - 2\sqrt{3}$

17.- $\frac{3\sqrt{x}-5}{2} - \frac{2\sqrt{x}-7}{3} = \sqrt{x} - 1$

18.- $\sqrt{a-x} - \sqrt{b-x} = \frac{a-b}{\sqrt{b-x}}$

Hoja de soluciones:

1): a) $\sqrt[4]{2^7} = 2^{\frac{7}{4}}$ b) $\sqrt{a^5} = a^{\frac{1}{2}}$ c) $3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$ d) $(-2)^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{(-2)^3}$
 2): a) $\sqrt{200} = 10 \cdot \sqrt{2}$ b) $\sqrt[4]{3^2} = \sqrt{3}$ c) $\sqrt[3]{m^4 n^3 p^8} = mnp^2 \cdot \sqrt[3]{m \cdot p^2}$ d) $\sqrt[3]{7^3 \cdot 5^6} = 7 \cdot 5^2$
 e) $\sqrt[6]{5^3} \cdot \sqrt[4]{5^7} \cdot \sqrt{2} = \sqrt[12]{5^6} \cdot \sqrt[12]{5^{21}} \cdot \sqrt[12]{2^6} = \sqrt[12]{5^6 \cdot 5^{21} \cdot 2^6} = \sqrt[12]{5^{27} \cdot 2^6}$
 =podemos simplificar: $\sqrt[4]{5^9 \cdot 2^2}$ extraemos factores: $5^2 \sqrt[4]{5 \cdot 2^2} = 25 \sqrt[4]{20}$

4a) $7\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = (7 + 3 - 2)\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

4b) $-2\sqrt{7} + 5\sqrt{7} - 7\sqrt{7} + 3\sqrt{7} + 4\sqrt{2^2 \cdot 7} = (-2 + 5 - 7 + 3 + 8)\sqrt{7} = 7\sqrt{7}$

4c) $4\sqrt[3]{9} + \frac{1}{2}\sqrt[3]{9} - \frac{3}{4}\sqrt[3]{9} = (4 + \frac{1}{2} - \frac{3}{4})\sqrt[3]{9} = \frac{15}{4}\sqrt[3]{9}$

4d) $\sqrt{18} + 3\sqrt{2} - \sqrt{50} = (1^\circ \text{ factorizamos}) = \sqrt{2 \cdot 3^2} + 3\sqrt{2} - \sqrt{2 \cdot 5^2} = (2^\circ \text{ extraemos}) = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = \sqrt{2}$

5) Desarrollar y simplificar:

1. $\sqrt{2\sqrt{2^4}} = \sqrt{\sqrt{2^6}} = \sqrt[4]{2^6} = \sqrt{2^3}$

10. $(\sqrt{7} + \sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{7} - \sqrt{3} + \sqrt{2}) \rightarrow (6+2\sqrt{14})$

11. $(\sqrt{12} + \sqrt{18} + \sqrt{24})(\sqrt{12} + \sqrt{18} - \sqrt{24}) \rightarrow (6+12\sqrt{6})$

2. $\sqrt[3]{a^{2x-y}} \cdot \sqrt[3]{a^{x+y}}; 4\sqrt{a^{3x+2}} \cdot 2\sqrt{a^{2-3x}} \rightarrow (a^x; 8a^2)$

12. $(5+2\sqrt{6} + \sqrt{15})(5 - 2\sqrt{6} + \sqrt{15}) \rightarrow (16+10\sqrt{15})$

3. $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[4]{4} = \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[4]{2^2} = 2\sqrt[3]{2^2}$

13. $\sqrt{\frac{a+b}{a-b}} \Leftrightarrow \sqrt{a^2 - b^2}; \sqrt{6x^2 - 6} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{3x+3}{2x-2}} \rightarrow (a+b; 3x+3)$

4. $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 + (3 - \sqrt{6})^2 + (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \quad (21-4\sqrt{6})$

5. $\sqrt{6 + 2\sqrt{5}} - \sqrt{6 - 2\sqrt{5}})^2 + 3\sqrt{6 + 2\sqrt{5}} \cdot \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} \rightarrow (32)$

6. $\sqrt{\frac{2a}{3}} \cdot \sqrt{\frac{3}{8a}} \cdot \sqrt{\frac{2a}{3}} \rightarrow (\sqrt{\frac{a}{6}})$

7. $\sqrt{5 + 2\sqrt{6}} \cdot \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} + \sqrt[3]{4 + 2\sqrt{2}} \cdot \sqrt[3]{4 - 2\sqrt{2}} \quad (3)$

8. $(\sqrt{a + b + \sqrt{4ab}} - \sqrt{a + b - \sqrt{4ab}})^2 \rightarrow (4b)$

9. $\sqrt[3]{\frac{x-y}{x^2+2xy+y^2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{x^2-2xy+y^2}{x+y}} + \frac{4xy}{x^2-y^2}$

Sol: $\rightarrow (\frac{x+y}{x-y})$

6) Extraer la raíz de los siguientes productos

1. $\sqrt{4 \cdot 9} \mp; \sqrt[3]{8 \cdot 27}; \sqrt{a^2 \cdot b^2} \rightarrow (6;6;ab)$
2. $\sqrt{16 \cdot 121 \cdot 400}; \sqrt[3]{8 \cdot 27 \cdot 125} \rightarrow (880;30)$
3. $\sqrt{4a^2} + \sqrt{9a^2} - \sqrt{16a^2} \rightarrow (a)$
4. $4\sqrt[3]{343x^3} - 5\sqrt{36y^2} - 3\sqrt{81x^2} + 6\sqrt[3]{125y^3} (x)$
5. $\sqrt{(x^2 - 2xy + y^2)(a + b)^2} \rightarrow (x-y)(a+b)$
6. $3\sqrt{8} + 2\sqrt{32} + 7\sqrt{50} - 6\sqrt{162} + 9\sqrt{98} + 7\sqrt{242} \rightarrow (135\sqrt{2})$
7. $3\sqrt{12a} + 2\sqrt{27a} - \sqrt{75a} \rightarrow (7\sqrt{3a})$
8. $\sqrt{15} + \sqrt{20} - \sqrt{80} - \sqrt{125} \rightarrow (\sqrt{15} - 7\sqrt{5})$
9. $\sqrt{2} + \sqrt{50} + \sqrt{98} - \sqrt{288} \rightarrow (\sqrt{2})$

C) Sol. división de raíces de igual índice.

1. $\sqrt[3]{\frac{64}{27}} + \frac{\sqrt{32x^5y^5}}{\sqrt{2x^3y^3}} + \sqrt{\frac{18xy}{25}} : \sqrt{\frac{9xy}{5a^2}} \left(\frac{4}{3} + 4xy + a\sqrt{\frac{2}{5}}\right)$
2. $\frac{\sqrt{a^x(\sqrt{a^{x-1}} - \sqrt{a^{3x}})}}{\sqrt{a^{1-x}}} \rightarrow (\sqrt{a^{3x-2}} - \sqrt{a^{5x-1}})$
3. $\left(\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{\sqrt{a-b}} + \frac{\sqrt{(a+b)^3}}{\sqrt{(a+b)^2}}\right) \rightarrow (2\sqrt{a+b})$
4. $(4\sqrt[3]{16} - 6\sqrt[3]{54} + 8\sqrt[3]{128}) : 2\sqrt[3]{2} \rightarrow (11)$

Sol. miscelanea

Calcular :

1. $\frac{5\sqrt{50} + 18\sqrt{32} - 6\sqrt{200}}{3\sqrt{2}} \rightarrow \left(\frac{37}{3}\right)$
2. $\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{250} + 2\sqrt[3]{54} \rightarrow (13\sqrt[3]{2})$
3. $(3\sqrt{7} + \sqrt{2})^2 - (2\sqrt{7} + \sqrt{2})(2\sqrt{7} - \sqrt{2}) (39 + 6\sqrt{14})$
4. $(\sqrt{5} - 1)(\sqrt{2} + 1) - (\sqrt{5} + 1)(\sqrt{2} + 1) + \sqrt{2} \rightarrow (-2 - \sqrt{2})$
5. $(2 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{3}) - \sqrt{2}(2 - \sqrt{3}) \rightarrow (4 - 2\sqrt{3})$
6. $(6\sqrt{7} - 5\sqrt{7} + 2\sqrt{7})(8\sqrt{2} - 5\sqrt{2})\sqrt{2} \rightarrow (18\sqrt{7})$
7. $(\sqrt{18} : \sqrt{9} + \sqrt{27} : \sqrt{9} - \sqrt{32} : \sqrt{8} - \sqrt{3} + 2)\sqrt{2} (2)$

D) Expresa como cociente y calcula:

1. $\left(\sqrt[3]{\frac{27}{8}} - \sqrt[3]{\frac{125}{64}} + 3\sqrt[3]{\frac{27}{8}}\right) : \left(\sqrt[3]{\frac{64}{27}} + \sqrt[3]{\frac{81}{64}}\right) \rightarrow \left(\frac{114}{59}\right)$
2. $\frac{2(a^2+b^2)^2}{c^2} - \frac{2(a^2-b^2)^2}{c^2} \rightarrow \left(\frac{2ab}{c}\sqrt{2}\right)$
3. $-\sqrt{ab} : \left(\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}}\right) \rightarrow \left(\frac{ab}{a-b}\right)$

$$4. \sqrt[3]{\frac{25^3}{64^3}} + \sqrt[3]{\frac{8^2}{27^2}} - \sqrt[3]{\frac{25^x}{125^x}} \rightarrow \left(\frac{83}{120}\right)$$

E) Sol. Aplicando la propiedad raíz de una raíz calcular:

1. $3\sqrt[3]{\sqrt{x}} - 2\sqrt[3]{\sqrt{x}} + 5\sqrt[6]{x} = \rightarrow (6\sqrt[6]{x})$
2. $\sqrt[3]{\sqrt{a^3}} + \sqrt[5]{\sqrt{a^5}} - 2\sqrt[7]{\sqrt{a^7}} = \rightarrow (0)$
3. $2\sqrt[4]{\sqrt{ab}} + \sqrt[6]{\sqrt{ab}} - 4\sqrt[4]{\sqrt{ab}} + \sqrt[6]{\sqrt{ab}} \rightarrow (0)$
4. $\sqrt[9]{\sqrt{x^{11}}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{x^{10}}} \cdot \sqrt{x} = \rightarrow (\sqrt[30]{x^{29}})$
5. $\sqrt[9]{\sqrt{\sqrt{x^6}}} + \sqrt[5]{\sqrt[3]{x^5}} - \sqrt[3]{\sqrt[4]{x^6}} - \sqrt[3]{\sqrt[15]{x^5}} = \rightarrow (\sqrt[6]{x} - \sqrt[4]{x})$
6. $(x+y)\sqrt{\frac{x^2+y^2}{x^2+2xy+y^2}} = \rightarrow (\sqrt{x^2+y^2})$
7. $(\sqrt{3} + \sqrt{2})\sqrt{5 - 2\sqrt{6}}; (2 + \sqrt{3})\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} = \rightarrow (1); (1)$
8. $\left(\frac{9^{x+\frac{1}{4}} \sqrt{9^{-\frac{1}{2}} \cdot 3^x}}{3\sqrt{3^{-x}}}\right) \frac{1}{x}; \left[\frac{(x-1)}{3} \sqrt{\frac{(x-1)^2}{3}}\right]^4 \rightarrow (33 - \frac{1}{x}; \sqrt[3]{\frac{(x-1)^{20}}{3^{16}}})$
9. $(2 + \sqrt{3})\sqrt{7 - 4\sqrt{3}}; (7 + \sqrt{5})\sqrt{54 - 14\sqrt{5}} \rightarrow (1); (44)$

F) Aplica la propiedad de cambio de índice

1. $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt{a^3} \cdot \sqrt[5]{a}; x^{-y}\sqrt{a^{x^2-y^2}}; \frac{\sqrt{x^2} \cdot \sqrt[3]{x^4}}{\sqrt[5]{x} \cdot \sqrt[3]{x^5}} \rightarrow (\sqrt[30]{a^{61}}; a^{x+y}; \sqrt[15]{x^{-2}})$
2. $2\sqrt{a} - 3\sqrt[3]{a} + 5\sqrt[4]{a} (2^{12}\sqrt{a^6} - 3^{12}\sqrt{a^3})$
3. $\frac{5^3\sqrt{a^2b^2} \cdot 2\sqrt[3]{a^2b}}{2\sqrt{ab} \cdot 3\sqrt[4]{a^3b^3}} \left(\frac{5}{3}\sqrt[12]{a}\right)$
4. $\sqrt[3]{ab^2} \cdot a\sqrt{ab\sqrt{ab}} \cdot \sqrt[9]{a^5b^3} \rightarrow (a2b^3\sqrt[6]{a^{23}b^{27}})$
5. $\left[\frac{a^3\sqrt{x\sqrt{ax}} \cdot x \cdot \sqrt[5]{a^3\sqrt{a^2x}} \cdot ax \cdot \sqrt[4]{a^3x^2}}{2x}\right]^2 \rightarrow (a7x^{530}\sqrt[4]{a^{13}x^6} : 2)$
6. $\frac{a^3\sqrt{x} \cdot 2x \cdot \sqrt{\sqrt{a^3}}}{\sqrt[3]{x} \sqrt{2x^3} (\sqrt{2a})^3} \rightarrow (a^{\frac{9}{4}} \cdot 2^{-\frac{2}{3}} \cdot x^{-\frac{2}{3}})$
7. $\frac{a^4\sqrt{x^5y^{17}} \cdot \sqrt[4]{b^4xy^9}}{\sqrt[4]{x^{13}y^9a^4} \cdot b \cdot \sqrt[4]{x^5y^5}} \rightarrow \left(\frac{y}{x}\right)^3$
8. $\sqrt{2\sqrt[3]{2\sqrt{2}}} + \sqrt[3]{3\sqrt[3]{3\sqrt{3}}} \rightarrow (2^{\frac{24}{27}} + 2^{\frac{24}{319}})$

H) Sol. Racionalizar:

- 1.- $\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}; \frac{5+\sqrt{18}}{\sqrt{2}} \rightarrow (\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{3}}{9}; \frac{5\sqrt{2}+6}{2})$
 - 2.- $\frac{6}{\sqrt[3]{6}}; \frac{x}{\sqrt[4]{x}}; \frac{a}{\sqrt[n]{a}} \rightarrow (\sqrt[3]{6^2}; \sqrt[4]{x^3}; \sqrt[n]{a^{n-1}})$
 - 3.- $\frac{a\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a^2}}; \frac{3}{\sqrt[5]{5}} \rightarrow (\sqrt[6]{a^5}; \frac{3\sqrt[5]{5^4}}{5})$
 - 4.- $\frac{6}{2+\sqrt{2}}; \frac{1}{3-\sqrt{2}}; \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} \rightarrow (6-3\sqrt{2}; \frac{3+\sqrt{2}}{7}; \frac{5+\sqrt{10}}{3})$
 - 5.- $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2+\sqrt{2}}; \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{\sqrt{2+\sqrt{2}}}; \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} \rightarrow (2+\sqrt{10}-\sqrt{15}-\sqrt{6}; \sqrt{2}-1; 2-\sqrt{3})$
-
- 6.- $(\frac{2-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}})^{\frac{1}{2}} \rightarrow [-(1+\sqrt{2})\sqrt{4-3\sqrt{2}}]$
 - 7.- $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} + \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} \rightarrow (5+\sqrt{15}+\sqrt{10}+\sqrt{7}+\sqrt{5})$
 - 8.- $\frac{27}{\sqrt[3]{2}} + \frac{24}{\sqrt[3]{16}} + \frac{15}{\sqrt[3]{81}} + \frac{6}{\sqrt[3]{3}} \rightarrow (\frac{117\sqrt[3]{4}+22\sqrt[3]{9}}{6})$
 - 9.- $\frac{1}{\sqrt{3}+1} + \frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}-1} + \frac{1}{\sqrt{2}-1} \rightarrow (2\sqrt{2}+\sqrt{3})$
 - 10.- $\sqrt[5]{\frac{3a^3b}{2a^2b^3}}; \frac{4\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{3\sqrt{3}-2\sqrt{2}} (\frac{\sqrt[5]{48ab^3}}{2b}; \frac{24-\sqrt{6}}{19})$
 - 11.- $\frac{2}{\sqrt[3]{x-3\sqrt{y}}}; \frac{5}{\sqrt[3]{3+\sqrt[3]{2}}}; \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt[3]{5-\sqrt[3]{2}}}$

SOL. ECUACIONES IRRACIONALES

I) Resolver las siguientes ecuaciones irracionales:

- 1.- $\sqrt[2]{x+3} = 3 \rightarrow (x = 6)$
 - 2.- $2\sqrt{x-7} = 3\sqrt{x-17} \rightarrow (25)$
 - 3.- $\sqrt{x+1} + 1 = x \rightarrow (x = 0 \text{ y } 3)$
-
- 4.- $3\sqrt{2x} - 5\sqrt{8x} + 7\sqrt{18x} = 9\sqrt{20x} \rightarrow (0)$
 - 5.- $2\sqrt{x-7} + 3\sqrt{x+1} = 11\sqrt{x-7} \rightarrow (8)$
 - 6.- $3\sqrt{a-x} + 4\sqrt{x-b} = 4\sqrt{a-x} + 3\sqrt{x-b} \rightarrow (\frac{a+b}{2})$
 - 7.- $2\sqrt{9x+4} - 3\sqrt{4x-11} = 5 \rightarrow (5)$
 - 8.- $2\sqrt{x+17} + \sqrt{x+4} = 3\sqrt{x+8} \rightarrow (8)$
 - 9.- $5\sqrt{2x+3} - \sqrt{18x-5} = \frac{4x+12}{\sqrt{2x+3}} \rightarrow (3)$
 - 10.- $\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} = 0 \rightarrow (\frac{1}{4})$
 - 11.- $a+x + \sqrt{2ax+x^2} = b \rightarrow \frac{(a-b)^2}{2b}$
 - 12.- $\frac{4+x}{\sqrt{x+2}} = 2 - \sqrt{x} \rightarrow (0)$
 - 13.- $\frac{2x-3}{\sqrt{x-2}+1} = 2\sqrt{x-2} - 1 \rightarrow (6)$
 - 14.- $3\sqrt{2x-1} - \sqrt{8x+17} = \frac{2(x-3)}{\sqrt{2x-1}} \rightarrow (13)$
 - 15.- $\sqrt{6+4+\sqrt{x^4+10x^2+3x+10}} = x+3 \rightarrow (5)$
 - 16.- $\sqrt{3x} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2x} - 2\sqrt{3} \rightarrow (6)$
 - 17.- $\frac{3\sqrt{x}-5}{2} - \frac{2\sqrt{x}-7}{3} = \sqrt{x} - 1 \rightarrow (25)$
 - 18.- $\sqrt{a-x} - \sqrt{b-x} = \frac{a-b}{\sqrt{b-x}} \rightarrow (a)$

Más ejercicios para practicar:

1.

Extrae todos los factores posibles de los siguientes radicales:

a) $\sqrt{2^5 \cdot 3^{10} \cdot 7^{11}}$ b) $\sqrt[3]{2^6 \cdot 3^9 \cdot 5^3}$ c) $\sqrt{2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^3}$ d) $\sqrt[3]{3^2 \cdot 2^4 \cdot 5}$
 e) $\sqrt{3 \cdot 2^5 \cdot 5^3}$ f) $\sqrt[4]{3^6 \cdot 2^4 \cdot 5^5}$ g) $\sqrt{a^2 \cdot b^3 \cdot c}$ h) $\sqrt{x^3 \cdot a^2 \cdot c^3}$

Sol: a) $2^2 \cdot 3^5 \cdot 7^5 \cdot \sqrt{2 \cdot 7}$; b) $2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$; c) $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \sqrt{2 \cdot 5}$; d) $2 \cdot \sqrt[3]{3^2 \cdot 2 \cdot 5}$; e) $2^2 \cdot 5 \sqrt{3 \cdot 2 \cdot 5}$;
 f) $3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot \sqrt[4]{3^2 \cdot 5}$; g) $a \cdot b \cdot \sqrt{b \cdot c}$; h) $x \cdot a \cdot c \cdot \sqrt{x \cdot c}$.

2.

Introduce en el radical los factores que aparecen fuera de él:

a) $2 \cdot \sqrt{5}$ b) $5 \cdot \sqrt{3}$ c) $2 \cdot \sqrt[3]{3}$ d) $4 \cdot \sqrt{3}$ e) $3 \cdot \sqrt{2}$
 f) $3 \cdot \sqrt[3]{3}$ g) $2 \cdot \sqrt[4]{3}$ h) $7 \cdot \sqrt{3}$ i) $4 \cdot \sqrt[3]{2}$ j) $2 \cdot \sqrt[3]{2}$

Sol: a) $\sqrt{20}$; b) $\sqrt{75}$; c) $\sqrt[3]{24}$; d) $\sqrt{48}$; e) $\sqrt{18}$; f) $\sqrt[3]{81}$; g) $\sqrt[4]{48}$; h) $\sqrt{147}$; i) $\sqrt[3]{128}$;
 j) $\sqrt[3]{64}$.

3.

Simplifica las siguientes expresiones:

a) $(\sqrt[3]{3})^5$ b) $(\sqrt[6]{2^4})^3$ c) $(\sqrt{3} \cdot \sqrt{2})^2$ d) $(2 \cdot \sqrt{3})^2$ e) $(\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{2})^6$
 f) $(3 \cdot \sqrt{2})^2$ g) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$ h) $\left(\sqrt[3]{\frac{3}{2}}\right)^6$ i) $(\sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{2})^4$ j) $(\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{2^2})^3$

Sol: a) 3; b) 4; c) 6; d) 12; e) 32; f) 18; g) 3/4; h) 9/4; i) 18; j) 12.

4.

Simplifica y extrae todo lo que puedas:

a) $\frac{\sqrt{8a^3b}}{\sqrt{2ab}}$ b) $\frac{\sqrt[3]{ab^2}}{\sqrt[3]{ab}}$ c) $\frac{\sqrt{3a^2b}}{\sqrt{2ab}}$ d) $\frac{\sqrt[3]{ab^2c^2}}{\sqrt[3]{a^2bc}}$
 e) $\frac{\sqrt{2ab}}{\sqrt[3]{2ab}}$ f) $\frac{\sqrt[4]{2a^2b}}{\sqrt{2a}}$ g) $\frac{\sqrt[3]{2a^3b^4c}}{\sqrt{2abc^2}}$ h) $\frac{\sqrt{2ab} \cdot \sqrt[3]{2a^2b}}{\sqrt[6]{2ab}}$
 i) $\frac{\sqrt{3a^2b}}{\sqrt[3]{abc} \cdot \sqrt[6]{3bc}}$ j) $\frac{\sqrt[4]{a^3b^3}}{\sqrt{abc}}$ k) $\frac{\sqrt[3]{a^2bc^3d}}{\sqrt{ab^2c}}$ l) $\left(\sqrt{\frac{x}{y}} - \sqrt{\frac{y}{x}}\right) \sqrt{xy}$

Sol: a) $2a$; b) $\sqrt[3]{b}$; c) $\sqrt{3a/2}$; d) $\sqrt[3]{bc/a}$; e) $\sqrt[6]{2ab}$; f) $\sqrt[4]{b/2}$; g) $\sqrt[6]{a^3b^5/(2c^4)}$;
 h) $\sqrt[3]{2^2 a^3 b^2}$; i) $\sqrt[6]{3^2 a^4 / c^3}$; j) $\sqrt[4]{ab/c^2}$; k) $\sqrt[6]{ac^3 d^2 / b^4}$; l) $x - y$.

5.

Simplifica las expresiones:

a) $3\sqrt[3]{2} + 4\sqrt[3]{2} - 2\sqrt[3]{2}$

b) $2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 9\sqrt{3}$

c) $\sqrt{50} - \sqrt{72} - 2\sqrt{2}$

d) $\sqrt{8} - 3\sqrt{2} + 4\sqrt{18} + \sqrt{50}$

e) $\sqrt{3} - 3\sqrt{12} + 5\sqrt{27}$

f) $\sqrt{12} + 5\sqrt{3} - \sqrt{27}$

g) $\sqrt{12} - \sqrt{27} + \sqrt{3}$

h) $\sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{8} - \sqrt{2}$

i) $\sqrt{45} - \sqrt{20} + \sqrt{80} - \sqrt{5}$

j) $\sqrt{27} - \sqrt{12} - \sqrt{75} + \sqrt{3}$

k) $\sqrt{18} - 3\sqrt{8} - \sqrt{2} + 5\sqrt{2}$

l) $\sqrt{45} - \sqrt{20} + \sqrt{180}$

m) $6\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$

n) $2a\sqrt{2} - \sqrt{8} + 3\sqrt{2}$

Sol: a) $5\sqrt[3]{2}$; b) $-4\sqrt{3}$; c) $-3\sqrt{2}$; d) $16\sqrt{2}$; e) $10\sqrt{2}$; f) $4\sqrt{3}$; g) 0; h) $5\sqrt{2}$; i) $4\sqrt{5}$; j) $-3\sqrt{3}$; k) $\sqrt{2}$; l) $7\sqrt{5}$; m) $5\sqrt{3}$; n) $(2a+1)\sqrt{2}$.

6.

Simplifica las expresiones:

a) $7\sqrt{54} - 3\sqrt{18} + \sqrt{24} - \frac{3}{5}\sqrt{50} - \sqrt{6}$

b) $\sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{6} + \sqrt{\frac{1}{6}}$

c) $2\sqrt{80} + \frac{14}{5}\sqrt{1+\frac{1}{49}} - \sqrt{8} - \frac{9}{4}\sqrt{1-\frac{1}{81}}$

d) $\sqrt{(3-2x)^3} + \sqrt{12-8x} - \sqrt{3x^2-2x^3}$

Sol: a) $22\sqrt{6} - 12\sqrt{2}$; b) 0; c) $7\sqrt{5}$; d) $(5-3x)\sqrt{3-2x}$.

7.

Simplificar:

a) $\sqrt[3]{\sqrt{a^2}}$

b) $\sqrt{\sqrt{3a}}$

c) $\sqrt[4]{\sqrt{25a^2}}$

d) $\sqrt[4]{\sqrt{a^4b^6}}$

e) $\sqrt[3]{\sqrt{8}}$

f) $\sqrt[3]{\sqrt{4a^2}}$

g) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{27a^3}}$

h) $\sqrt[5]{\sqrt[3]{x^{10}}}$

i) $\sqrt[4]{\sqrt{81}}$

j) $\sqrt[3]{2\sqrt{2}}$

k) $\sqrt{3\sqrt[3]{3}}$

l) $\sqrt[3]{\sqrt{(a+b)^2}}$

Sol:

a) $\sqrt[3]{a}$

b) $\sqrt[4]{3a}$

c) $\sqrt[4]{5a}$

d) $\sqrt[4]{a^2b^3}$

e) $\sqrt{2}$

f) $\sqrt[3]{2a}$

g) $\sqrt[4]{3a}$

h) $\sqrt[3]{x^2}$

i) $\sqrt{3}$

j) $\sqrt{2}$

k) $\sqrt[3]{27}$

l) $\sqrt[3]{a+b}$

8.

Opera y simplifica:

a) $\sqrt{2\sqrt{3\sqrt{4}}}$

b) $\sqrt{2\sqrt{\frac{1}{2}\sqrt[3]{4}}}$

c) $\sqrt{25\sqrt{81\sqrt{256}}}$

d) $\sqrt{1+\sqrt{6+\sqrt{5+\sqrt{16}}}}$

e) $\sqrt{3a^2+\sqrt{6a^4-\sqrt{25a^8}}}$

Sol: a) $\sqrt[4]{24}$; b) $\sqrt[12]{2^5}$; c) 30; d) 2; e) 2a.