

Proporcionalidad (numérica)

Dos magnitudes o medidas son proporcionales cuando al cambiar el valor de una, cambia el valor de la otra en proporción, mayor o menor, según indique su razón de proporción r .

Razón: Cociente de la fracción

Ejercicio:

Halla la razón de proporcionalidad de:

$$16/4 \quad \text{Sol: } r = 4$$

Fraciones proporcionales:

Tiene la misma razón.

Si se multiplican en cruz dan el mismo resultado.

Ejercicio:

Di si son proporcionales estas fracciones:

$$16/4 \text{ y } 20/5$$

$$\text{Sol: } 16 \cdot 5 = 20 \cdot 4 \rightarrow 80 = 80 \rightarrow \text{Sí}$$

Prop. Directa e inversa:

Directa: Si una magnitud aumenta la otra también

Inversa: Si una aumenta la otra disminuye.

Ejemplos:

Problema 1:

5 litros de aceite valen 5,25 €. ¿Cuánto cuestan 20 litros?

“Solución por el método regla de tres”

$$5 \text{ litros} \rightarrow 5,25 \text{ €}$$

$$20 \text{ litros} \rightarrow x$$

$$X = 5,25 \cdot 20 / 5 = 21$$

Solución por el método “fracciones equivalentes”

$$5/20 = 5,25 / x \quad ; \text{ multiplicando en cruz:}$$

$$X = 5,25 \cdot 20 / 5 = 21$$

Problema 2:

Pedro ayuda a unos familiares en una tienda en vacaciones y por 5 días trabajados le han dado 160 €. ¿Cuánto le darán cuando trabaje 17 días?.

$$\text{Si por } 5 \text{ días} \rightarrow 160 \text{ €}$$

$$\text{Entonces por } 17 \text{ días} \rightarrow x$$

$$5/17 = 160/x \quad \text{ó} \quad 5 \cdot x = 17 \cdot 160 \quad \text{ó} \quad x = 17 \cdot 160 / 5$$

$$X = 544 \text{ €}$$

Problema 3:

Extraemos agua de un pozo con un cubo de 15 litros 210 veces. Si el cubo fuese de 25 litros, ¿Cuántas veces necesitaríamos para extraer la misma cantidad?

$$15 \text{ litros} \rightarrow 210 \text{ veces}$$

$$25 \text{ litros} \rightarrow x \text{ veces}$$

Pero como es inversa NO se multiplica en cruz:

$$X = 15 \cdot 210 / 25 = 126 \text{ veces.}$$

Problema 4:

En una botella de zumo se muestra:

Valores medios	100 ml
Carbohidratos(g)	10,6
Kilocalorías	43
Proteínas (g)	0,2

- a) Cuántas kilocalorías aporta una botella de 1 litro. ¿y proteínas?
 b) Cuántos hidratos de carbono aporta el consumo de ½ litro de zumo.?

$$\text{a: } 100 \text{ ml} = 0,1 \text{ litro} \rightarrow 43 \text{ K}$$

$$1 \text{ litro} \rightarrow x$$

$$x = 1 \cdot 43 / 0,1 = 430 \text{ Kcal.}$$

$$\text{Proteínas: } 0,1 \text{ litro} \rightarrow 0,2$$

$$1 \text{ litro} \rightarrow x$$

$$X = 1 \cdot 0,2 / 0,1 = 2 \text{ g de Proteínas.}$$

$$\text{b: } 0,1 \text{ litro (100 ml)} \rightarrow 10,6$$

$$0,5 \text{ litros} \rightarrow x$$

$$x = 0,5 \cdot 10,6 / 0,1 = 53 \text{ g}$$

Porcentajes.

Expresa este porcentaje como una fracción y como un decimal: 25 %

$$\text{Sol: } 25/100 \quad \text{ó} \quad \frac{1}{4} \quad \text{ó} \quad 0,25$$

Escribe el número decimal 0,34 en forma de porcentaje:

Sol: Multiplicarlo por 100 para poder mostrarlo dividido entre 100:

$$0,34 \cdot 100 = 34 \rightarrow 34/100 = 34 \%$$

Pasa a porcentaje la fracción 3/8:

$$\text{Sol: } \frac{3}{8} = \frac{x}{100} \rightarrow x = 3 \cdot 100 / 8 = 300 / 8 = 37,5 \%$$

Calcula en 22 % de 144:

$$\text{Sol: } \frac{22}{100} = \frac{x}{144} \rightarrow x = 22 \cdot 144 / 100 = 31,68$$

El precio de una reparación es de 600 € sin IVA.

¿Cuánto costará con el 18 % de IVA?

Sol:

$$\text{El importe de IVA es } 600 \cdot 18 / 100 = 108 \text{ €}$$

$$\text{El precio total será de: } 600 + 108 = 708 \text{ €}$$

Ejercicios

- 5 litros de aceite valen 5,25 €. ¿Cuánto cuestan 20 litros?
- Pedro ayuda a unos familiares en una tienda en vacaciones y por 5 días trabajados le han dado 160 €. ¿Cuánto le darán cuando trabaje 17 días?
- Extraemos agua de un pozo con un cubo de 15 litros 210 veces. Si el cubo fuese de 25 litros, ¿Cuántas veces necesitaríamos para extraer la misma cantidad?

Ejercicios resueltos

- Un automóvil recorre 240 km en 3 horas. ¿Cuántos kilómetros habrá recorrido en 2 horas? (R:160)
- Ana compra 5 kg de patatas, si 2 kg cuestan 0.80 €, ¿cuánto pagará Ana? (R:2)
- Una moto cuyo precio era de 5.000 €, cuesta en la actualidad 250 € más. ¿Cuál es el porcentaje de aumento? (5%)
- Al adquirir un vehículo cuyo precio es de 8800 €, nos hacen un descuento del 7.5%. ¿Cuánto hay que pagar por el vehículo? (8140 €)
- El precio de un ordenador es de 1200 € sin IVA. ¿Cuánto hay que pagar por él si el IVA es del 16%? (R:1392)
- Un grifo que mana 18 l de agua por minuto tarda 14 horas en llenar un depósito. ¿Cuánto tardaría si su caudal fuera de 7 l por minuto? (R:36)
- 3 obreros construyen un muro en 12 horas, ¿cuánto tardarán en construirlo 6 obreros?(R:6)
- Nueve grifos abiertos durante 10 horas diarias han consumido una cantidad de agua por valor de 20 €. Averiguar el precio del vertido de 15 grifos abiertos 12 horas durante los mismos días.(R:40)
- 5 obreros trabajando, trabajando 6 horas diarias construyen un muro en 2 días. ¿Cuánto tardarán 4 obreros trabajando 7 horas diarias?(R:2, 14)
- Si 8 obreros realizan en 9 días trabajando a razón de 6 horas por día un muro de 30 m. ¿Cuántos días necesitarán 10 obreros trabajando 8 horas diarias para realizar los 50 m de muro que faltan?(R:9)
- Dos ruedas están unidas por una correa transmisora. La primera tiene un radio de 25 cm y la segunda de 75 cm. Cuando la primera ha dado 300 vueltas, ¿cuántas vueltas habrá dado la segunda?(R:100)

Porcentajes

- Expresa este porcentaje como una fracción y como un decimal: 25 %
- Escribe el número decimal 0,34 en forma de porcentaje:
- Pasa a porcentaje la fracción $\frac{3}{8}$:
- El precio de una reparación es de 600 € sin IVA. ¿Cuánto costará con el 18 % de IVA?

- Seis personas pueden vivir en un hotel durante 12 días por 792 €. ¿Cuánto costará el hotel de 15 personas durante ocho días? (R:1320)
- Con 12 botes conteniendo cada uno $\frac{1}{2}$ kg de pintura se han pintado 90 m de verja de 80 cm de altura. Calcular cuántos botes de 2 kg de pintura serán necesarios para pintar una verja similar de 120 cm de altura y 200 metros de longitud.(R:10)
- 11 obreros labran un campo rectangular de 220 m de largo y 48 de ancho en 6 días. ¿Cuántos obreros serán necesarios para labrar otro campo análogo de 300 m de largo por 56 m de ancho en cinco días? (R:21)
- Seis grifos, tardan 10 horas en llenar un depósito de 400 m³ de capacidad. ¿Cuántas horas tardarán cuatro grifos en llenar 2 depósitos de 500 m³ cada uno? (R:37,5)

Porcentajes

- De los 800 alumnos de un colegio, han ido de viaje 600. ¿Qué porcentaje de alumnos ha ido de viaje? (R:75%)
- Al comprar un monitor que cuesta 450 € nos hacen un descuento del 8%. ¿Cuánto tenemos que pagar? (R:414)
- Se vende un artículo con una ganancia del 15% sobre el precio de costo. Si se ha comprado en 80 €. Halla el precio de venta. (R:92)
- Cuál será el precio que hemos de marcar en un artículo cuya compra ha ascendido a 180 € para ganar al venderlo el 10%. (R:200)
- ¿Qué precio de venta hemos de poner a un artículo comparado a 280 €, para perder el 12% sobre el precio de venta? (R:250)
- Se vende un objeto perdiendo el 20% sobre el precio de compra. Hallar el precio de venta del citado artículo cuyo valor de compra fue de 150 €. (R:120)

Regla de tres compuesta:

Proporcionalidad directa e indirecta compuesta por varias magnitudes.

Si al aumentar una magnitud, aumenta la otra es directa y se multiplican las dos de la izquierda: Se hace con una regla de tres o con dos fracciones.

Si al aumentar una, disminuye la otra es indirecta y se le da la vuelta a la fracción que es inversa.

Problema 1. Tres motores iguales, funcionando 6 horas, necesitan 9000 litros de agua para refrigerarse. ¿Cuántos litros de agua necesitan 5 motores funcionando 8 horas?

Solución: Primero identificamos el tipo. Es directa toda compuesta. A más motores, más litros.

$$6 \text{ mot} \rightarrow 6 \text{ h} \rightarrow 9000 \text{ L}$$

$$5 \text{ mot} \rightarrow 8 \text{ h} \rightarrow x \quad \rightarrow \quad \frac{6}{5} \cdot \frac{6}{8} = \frac{9000}{x} \quad \text{o} \quad x = \frac{5 \cdot 8 \cdot 9000}{6 \cdot 6} \quad \rightarrow \quad x = 10000$$

Problema 2. Tres grifos iguales llenan un depósito de 10 m³ en 5 horas. ¿Cuánto tiempo tardarán en llenar un depósito de 8 m³, 2 grifos iguales a los anteriores?

Es compuesta con una fracción inversa: a más grifos, menos tiempo. Así que hay que darle la vuelta al 3 y al 2: el 3 se baja abajo y el 2 se sube arriba.

$$3 \text{ gr} \rightarrow 10 \text{ m}^3 \rightarrow 5 \text{ h}$$

$$2 \text{ gr} \rightarrow 8 \text{ m}^3 \rightarrow x \quad \rightarrow \quad \frac{2}{3} \cdot \frac{10}{8} = \frac{5}{x} \quad \text{o} \quad 2 \cdot 10 \rightarrow 5 \quad \rightarrow \quad 3 \cdot 8 \rightarrow x \quad \rightarrow \quad x = 6$$

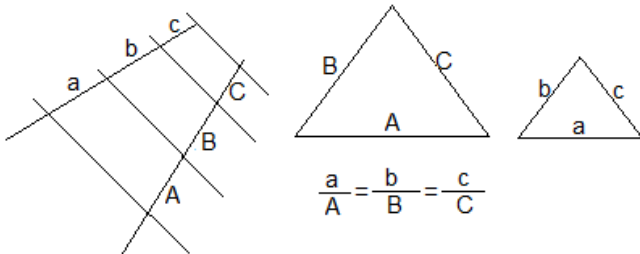
Proporcionalidad geométrica. semejanza

(Véase también triángulos y Tales)

TEOREMA DE TALES

Dos rectas cortadas por paralelas, sus segmentos son proporcionales.

Dos triángulos, con los mismos ángulos, son semejantes y sus lados también son proporcionales.



CRITERIS DE SEMBLANÇA

Dos triangles són semblants si compleixen algun d'aquests criteris:

- Tenen els tres costats proporcionals.
- Presenten dos angles iguals.
- Tenen un angle igual i els costats que el formen són proporcionals.

Exemple:

Determina si són semblants el triangle de costats a = 18 cm, b = 12 cm i c = 10 cm, i el triangle de costats a' = 45 cm, b' = 30 cm i c' = 25 cm.

$$\frac{18}{45} = \frac{12}{30} = \frac{10}{25} \rightarrow \frac{2}{5} \quad \text{Sí són semblants.}$$

Ejercicios de Tales.

1. Calcular la altura de un edificio que proyecta una sombra de 6.5 m a la misma hora que un poste de 4.5 m de altura da una sombra de 0.90 m. (R:32,5)
2. Los catetos de un triángulo rectángulo que miden 24 m y 10 m. ¿Cuánto medirán los catetos de un triángulo semejante al primero cuya hipotenusa mide 52 m? (R:48 y 20)
3. Un rectángulo tiene unas dimensiones de 8x20. El lado menor de otro rectángulo semejante a él es de 6 cm. Halla: a) Razón de semejanza para pasar del primero al segundo b) lado mayor del segundo c) áreas de ambos rectángulos.
4. Un enorme árbol proyecta una sombra de 7,22 m en el mismo momento que un pino joven de 1,46 m proyecta una sombra de 67 cm. ¿Cuál es la altura del árbol grande? (R:17,24)
5. Los lados de un triángulo miden 4; 7 y 9. Hallar los lados de otro triángulo semejante de perímetro 42 cm. Truco: Los perímetros tienen la misma razón de proporción r que sus lados. (R8,4-14,7-18,9)
6. Hallar x en la figura. (R:2,8)

