

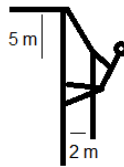
Dinàmica – exercicis

Recorda: Dinàmica: $\Sigma F = ma \rightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = ma_x \\ \Sigma F_y = ma_y \end{cases}$ Estàtica: $\Sigma F = 0 \rightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \end{cases}$
 $a = \frac{v_f - v_o}{\Delta t}$; $\sin \alpha = \frac{\text{Cat Op}}{\text{hip}}$; $\cos \alpha = \frac{\text{Cat Cont}}{\text{hip}}$; $\text{tang } \alpha = \frac{\text{Cat Op}}{\text{Cat Cont}}$
 Circular: Acel. normal $a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 \cdot R$; $F_c = ma_n$; $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

1. Quina força hem de fer sobre un cos de 105 kg de massa que està damunt d'una superfície horitzontal, si volem que faci un recorregut de 25 m en 12 s? Suposeu que no hi ha fregament entre la caixa i el pla horitzontal i que el cos està inicialment en repòs.

Pista/sol: $25 = \frac{1}{2} a \cdot 12^2 \rightarrow a = 0,35$;
 $F = ma = 105 \cdot 0,35 = 36,46 \text{ N}$

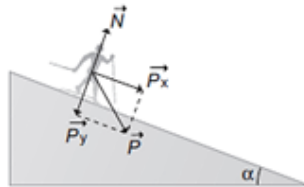
2. Un escalador de 800 Kg de massa està sostingut per una corda, fent ràpel, segons el dibuix. Calculeu la força horitzontal que fa el escalador amb les cames i la tensió de la corda.



$$T = \frac{800 \cdot 9,8}{\sin 68,2} \quad N = T_x = T \cdot \cos 68,2 \quad \text{ó}$$

$$\text{tan } \alpha = \frac{5}{2} = \frac{7840}{T_x} \rightarrow T_x = 3136 \text{ N}$$

3. Un esquiador té una massa de 72 kg. Amb quina acceleració baixa per una pista que té una inclinació de 12°, suposant que no hi ha fregament entre els esquís i la neu? Quant tarda a baixar per la pista, si aquesta té una longitud total de 136 m, i si ell està inicialment en repòs, amb quina velocitat arriba a la base de la pista?

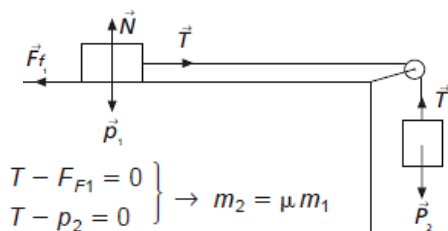


$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \rightarrow \vec{p}_x + \vec{p}_y + \vec{N} = m\vec{a}$$

$$\Delta x = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2$$

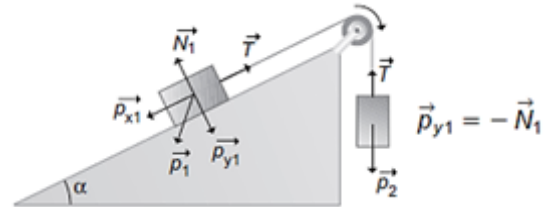
$$v = v_0 + a \Delta t = 2,0 \cdot 11,55 = 23,56 \text{ m/s}$$

4. En la situació de la figura següent, quina relació han de tenir les masses m_1 i m_2 perquè aquestes no es moguin, si el coeficient de fregament estàtic entre la primera massa i el pla horitzontal és μ_e ?



$$\left. \begin{aligned} T - F_{F1} &= 0 \\ T - p_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow m_2 = \mu_e m_1$$

5. En la situació de la figura, se suposa que la corda i la politja tenen masses negligibles i que no hi ha fregaments.
 a. Quin ha de ser l'angle d'inclinació del pla, si $m_1 = 29 \text{ kg}$, $m_2 = 17 \text{ kg}$, i el conjunt es mou amb velocitat constant?
 b. Si l'angle val 30°, quina ha de ser la relació entre les masses perquè el conjunt es mogui amb velocitat constant?



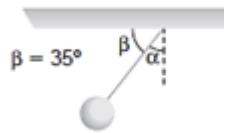
Pista/sol:

$$v = \text{constant} \Rightarrow a = 0$$

$$17 \cdot 9,8 - 29 \cdot 9,8 \cdot \sin \alpha = 0 \rightarrow \alpha = 36^\circ$$

$$m_2 g - m_1 g \sin 30^\circ = 0 \rightarrow m_1 = 2 m_2$$

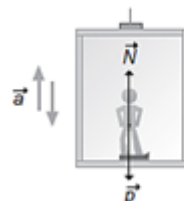
6. Un pèndol penja del sostre d'un automòbil. Calculeu l'acceleració constant que ha de portar l'automòbil, per tal que l'angle que formi la corda amb l'horitzontal sigui de 35°



$$\alpha + \beta = 90^\circ \rightarrow \alpha = 90^\circ - \beta \rightarrow \alpha = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{a}{g} \rightarrow a = g \text{ tg } \alpha = 9,8 \cdot \text{tg } 55^\circ = 14 \text{ m/s}^2$$

7. Una persona està a dintre d'un ascensor al damunt d'una bàscula calibrada en N. calcula:
 a) Si l'ascensor puja amb acceleració de 3,1 m/s² i la bàscula assenjala 774 N, quina és la massa de la persona?
 b) En quina situació la bàscula indica 522 N?
 c) En quina situació la bàscula indica exactament el pes de la persona?
 d) En quina situació indica 0?

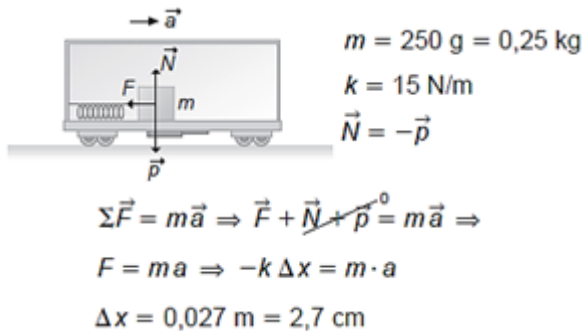


$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$$

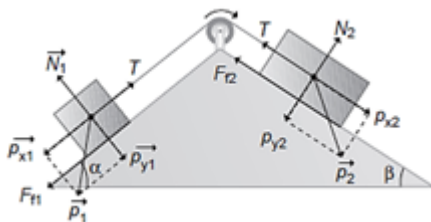
$$N - p = ma$$

a) $m = \frac{774}{12,9} = 60 \text{ kg}$ c) $588 = 60(9,8 + a) \rightarrow a = 0$
 b) $a = \frac{552}{60} - 9,8 = -1,1 \text{ m/s}^2$ d) $a = -g = -9,8 \text{ m/s}^2$

8. En la situació indicada a la figura, tenim un cos de massa de 250 g enganxat a una molla, que va solidària amb el vagó d'un tren. Si la molla té una constant elàstica de 15 N/m, i no hi ha fregament entre el cos i la superfície del vagó, determineu l'allargament que experimenta en les situacions següents:
- El vagó es mou cap a l'esquerra amb acceleració constant d'1,6 m/s².
 - El vagó es mou cap a la dreta amb acceleració constant de 2,8 m/s².
 - El vagó està en repòs.



9. En el sistema de la figura tenim els valors següents: $m_1 = 450 \text{ g}$, $m_2 = 790 \text{ g}$, $\alpha = 38^\circ$, $\beta = 29^\circ$. Calculeu l'acceleració del sistema i la tensió de la corda:
- Suposant que no hi ha fregament. (R: 3,09 N)
 - Suposant que el coeficient de fregament entre els plans inclinats i les masses val 0,08. (R: 3,42 N)



Determinem el sentit del moviment:

$$p_{x1} = m_1 g \sin \alpha = 0,45 \cdot 9,8 \cdot \sin 38^\circ = 2,72 \text{ N}$$

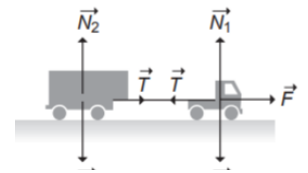
$$p_{x2} = m_2 g \sin \beta = 0,79 \cdot 9,8 \cdot \sin 29^\circ = 3,75 \text{ N}$$

Com que $p_{x2} > p_{x1}$, el sentit de moviment és l'indicat a la figura.

$$\left. \begin{array}{l} m_1) T - p_{x1} - F_{f1} = m_1 a \\ m_2) p_{x2} - T - F_{f2} = m_2 a \end{array} \right\} p_{x2} - p_{x1} - F_{f1} - F_{f2} = (m_1 + m_2) a$$

$$\Rightarrow a = \frac{p_{x2} - p_{x1} - F_{f1} - F_{f2}}{m_1 + m_2}$$

10. Un camió té una massa de 8 t i arrossega un remolc de 5,5 t. Si el conjunt està inicialment en repòs, quina força mitjana ha de fer el camió per tal que adquireixi una velocitat de 31 km/h en un recorregut de 104 m? Quina és la tensió a què està sotmès l'enganxall entre el camió i el remolc?



$$\left. \begin{array}{l} F - T = m_1 a \\ T = m_2 a \end{array} \right\} \rightarrow F = (m_1 + m_2) a$$

$$v^2 - v_0^2 = 2 a \Delta x \rightarrow a = \frac{v^2}{2 \Delta x} = \frac{8,61^2}{2 \cdot 104} = 0,356 \text{ m/s}^2$$

$$\rightarrow F = (8 \cdot 10^3 + 5,5 \cdot 10^3) \cdot 0,356 = 4812,7 \text{ N}$$

$$T = m_2 a = 5,5 \cdot 10^3 \cdot 0,356 = 1960,7 \text{ N}$$

11. Calcula la acceleració con que se mueven los cuerpos representados en la figura y la tensión de la cuerda. Suponiendo que el coeficiente de rozamiento cinético para ambos planos vale 0,2.



$$m_1 \cdot g \cdot \sin 30 - T - \mu m_1 \cdot g \cdot \cos 30 = m_1 a$$

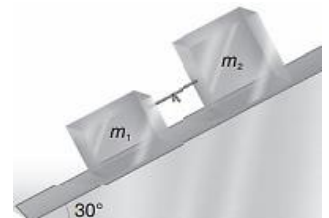
$$T - \mu m_2 \cdot g = m_2 \cdot a \rightarrow a = 1,73 \text{ m/s}^2 \quad T = m_2(a + \mu g) = 7,38 \text{ N}$$

12. Un bloque de 7 kg de masa está apoyado sobre un plano inclinado de 60° sobre la horizontal y sujeto por un resorte que sufre un alargamiento de 16,4 cm. ¿Cuál es la constante elástica del muelle?



$$M \cdot g \cdot \sin \alpha = k \cdot \Delta x \rightarrow k = 3,6 \cdot 10^2 \text{ N/m}$$

13. Dos cuerpos $m_1 = 2 \text{ kg}$ y $m_2 = 3 \text{ kg}$ unidos por una cuerda de masa despreciable según la figura. Si los respectivos coeficientes de rozamiento son 0,2 y 0,4 calcula: a) la aceleración del sistema y b) la tensión de la cuerda.



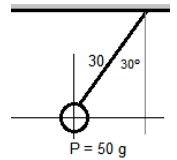
$$a = 2,18 \text{ m/s}^2$$

$$T = 2,02 \text{ N}$$

Dinàmica circular

14. Determina la velocidad y tensión de la cuerda del cuerpo de 50 g que gira horizontalmente, si la longitud de la cuerda es de 30 cm y forma 30° respecto a la vertical.

$\tan \alpha = V^2 / Rg \rightarrow V = 0.92 \text{ m/s} \quad T = mg/\cos \alpha = 0,57 \text{ N}$



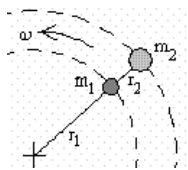
15. Un mòbil descriu una corba amb acceleració tangencial constant de 2 m/s². Si el radi de la corba és de 40 m i la velocitat del mòbil és de 80 km/h, a quina acceleració total està sotmès?

80 km/h = 22,22 m/s ; $a_t = 2 \text{ m/s}^2$; $a_n = v^2/r = 22,22^2/40 = 12,34 \text{ m/s}^2$; $a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = 12,51 \text{ m/s}^2$

16. Un pequeño bloque de 1 kg de masa está atado a una cuerda de 0.6 m, y gira a 60 r.p.m. describiendo una circunferencia vertical. Calcular la tensión de la cuerda cuando el bloque se encuentra:

- a) En el punto más alto de su trayectoria. B) En el más bajo de su trayectoria.
 $\omega = 60 \text{ rpm} \cdot 2\pi/60 = 2\pi \text{ rad/s}$ a) $T + mg = ma_{nb} \rightarrow T = 13.9 \text{ N}$ b) $T' - mg = ma_n \rightarrow T' = 33.5 \text{ N}$

17. Dos bloques de masas $m_1 = 2 \text{ kg}$ y $m_2 = 3 \text{ kg}$ unidos por una cuerda inextensible giran con la misma velocidad angular ω , describiendo dos trayectorias circulares situadas en el plano horizontal de radios $r_1 = 30 \text{ cm}$ y $r_2 = 50 \text{ cm}$, respectivamente. Sabiendo que la tensión de la cuerda que une el centro de las trayectorias con el bloque de masa m_1 es de 40 N. Calcular:

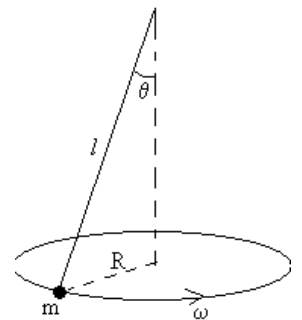


- a) La tensión de la cuerda que une ambas masas. b) La velocidad angular de giro ω .

$\sum F_{m_1}: 40 - T = m_1 \cdot a_1 \rightarrow 40 - T = 2 \cdot \omega^2 \cdot 0.3$
 $\sum F_{m_2}: T = m_2 \cdot a_2 \rightarrow T = 3 \cdot \omega^2 \cdot 0.5 \rightarrow T = 28.6 \text{ N}, \omega = 4.36 \text{ rad/s}$

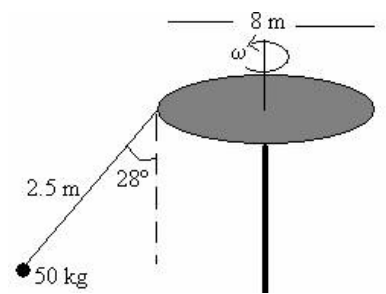
18. Una partícula atada a una cuerda de 50 cm de longitud gira como un péndulo cónico, como muestra la figura. Calcular la velocidad angular de rotación de la masa puntual para que el ángulo que forma la cuerda con la vertical sea de 60°

$\sum F_y: T \cdot \cos\theta = mg$
 $\sum F_x: T \cdot \sin\theta = ma_n \rightarrow T \cdot \sin\theta = m\omega^2 l \cdot \sin\theta$
 $\rightarrow \omega = g l \cdot \cos\theta \rightarrow \omega = 9.8 \cdot 0.5 \cdot \cos 60 = 6.26 \text{ rad/s}$



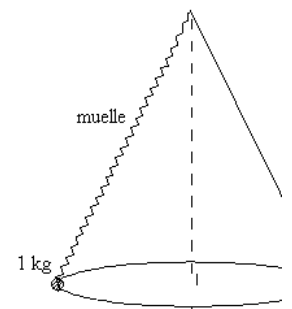
19. Un juego de un parque de atracciones consta de una plataforma circular de 8 m de diámetro que gira. De la plataforma cuelgan "sillas voladoras" suspendidas de unas cadenas de 2.5 m de longitud. Cuando la plataforma gira las cadenas que sostienen los asientos forman un ángulo de 28° con la vertical. ¿Cuál es la velocidad angular de rotación? Si la masa del asiento y del niño es de 50 kg. ¿Cuál es la tensión de la cadena?

$\sum F_y: T \cdot \cos 28 = 50 \cdot 9.8$
 $\sum F_x: T \cdot \sin 28 = 50 \cdot a_n = 50 \cdot \omega^2 (4 + 2.5 \cdot \sin 28)$
 $T = 555 \text{ N}, \text{ y } \omega = 1.0 \text{ rad/s}$



20. Enganchamos una partícula de 1 kg a un resorte de masa despreciable cuya longitud natural es de 48 cm y la constante recuperadora 10 N/cm. Lo hacemos girar como un péndulo cónico con una velocidad angular constante de 60 r.p.m. Calcular: El alargamiento del resorte. El ángulo que forma la altura del cono con la generatriz.

$T = kx$
 $\sum F_y: T \cdot \cos\theta = mg \rightarrow kx \cdot \cos\theta = mg$
 $\sum F_x: T \cdot \sin\theta = ma_n \rightarrow kx \cdot \sin\theta = m\omega^2 (l_0 + x) \cdot \sin\theta$
 $x = 0.02 \text{ m} ; \theta = 60.2^\circ$



21. Calcula el ángulo de peralte para que un ciclista no se salga de la pista al tomar una curva de 40 m de radio a una velocidad de 40 km/h.

Sol: $\tan \alpha = v^2/R \cdot g = 0.63 \rightarrow \alpha = 32^\circ$

Quantitat de moviment

es como la energía de movimiento que lleva un cuerpo

- › *Cant. de movimiento*: $P = mv$; Si.. $\Sigma F = ma \rightarrow \Sigma F = m \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow F = \frac{mv}{t} \rightarrow F = \frac{\Delta P}{t}$
- › *Impulso*: $I = F \cdot \Delta t = \Delta p = m \cdot \Delta v \rightarrow$ Empujón = Fuerza · un instante de tiempo (es posible que la fuerza no sea continúa)
- › *Principio de conservación de la cant. de movimiento*: En dos instantes: $m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1' \cdot v_1' + m_2' \cdot v_2'$

Problemes:

- Dos cossos tenen la mateixa quantitat de moviment, però la velocitat de l'un és el triple de la de l'altre. Quina relació tenen les seves masses? (R: $m_1 = 3m_2$)
- Calculeu la quantitat de moviment dels cossos següents:
 - Un automòbil de 275 kg que es mou a una velocitat de 65 km/h. (4 965,28 kg · m/s)
 - Una persona de 72 kg que camina a una velocitat de 5,5 km/h. (110 kg · m/s)
 - Un avió de reacció de 45 t, que es mou a una velocitat de 950 km/h. ($1,19 \cdot 10^7$ kg · m/s)
- Un automòbil es mou a una velocitat de 110 km/h. El conductor acciona els frens durant 1,2 s i la seva velocitat disminueix fins a 80 km/h. Si la massa total és de 435 kg, calculeu:
 - La variació de la quantitat de moviment. ($\Delta p = p - p_0 = 9,67 \cdot 10^3 - 1,33 \cdot 10^4 = -3 630$ N·s)
 - La força mitjana amb què es frena l'automòbil, aplicant el teorema de l'impuls mecànic.
 $I = F \Delta t = \Delta p \Rightarrow F = -3025$ N
- Un cos de 3 kg de massa es mou en línia recta amb una velocitat constant de 3 m/s. En un moment determinat, se li aplica una força constant de 12 N durant un temps de 5 s. Determineu la quantitat de moviment i la velocitat finals. (R: 23 m/s)
- Una pilota de tennis de massa 21 g que es mou horitzontalment amb una velocitat de 75 km/h xoca contra una paret vertical i surt disparada en sentit contrari. Calculeu la força mitjana efectuada per la paret sobre la pilota, suposant que ha actuat durant un temps de 0,08 s, i que la pilota surt disparada amb la mateixa velocitat, en mòdul.

$m = 21 \text{ g} = 0,021 \text{ kg}$
 $v_0 = 75 \text{ km/h} = 20,83 \text{ m/s}$
 $|v| = |v_0| = 20,83 \text{ m/s}$
 $\Delta t = 0,08 \text{ s}$

$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m v - m v_0}{\Delta t} = 10,94 \text{ N}$

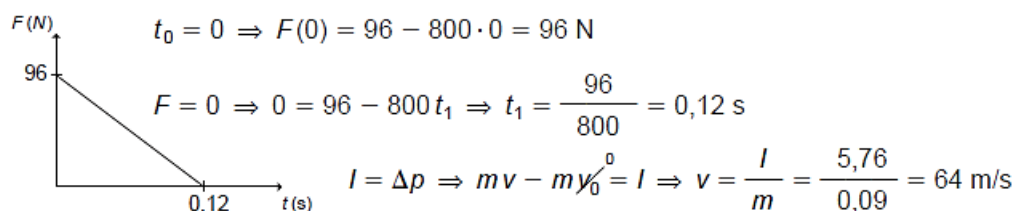
- En el moment en què un tennista està a punt d'impulsar la pilota, de massa 25 g, aquesta porta una velocitat de 84 km/h. Sabent que la força mitjana que aplica el jugador sobre la pilota és de 26 N, i que aquesta actua durant un interval de temps de 0,05 s, calculeu la velocitat final de la pilota, suposant que aquesta surt en la mateixa direcció, però en sentit contrari, a la velocitat inicial.

$m = 25 \text{ g} = 0,025 \text{ kg}$
 $v_0 = 84 \text{ km/h} = 23,33 \text{ m/s}$
 $F = 26 \text{ N}$
 $\Delta t = 0,05 \text{ s}$

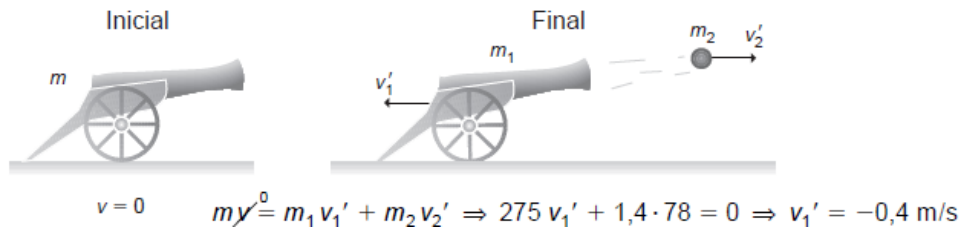
$v = \frac{F \Delta t + m v_0}{m} = 28,67 \text{ m/s}$

abans xoc després xoc

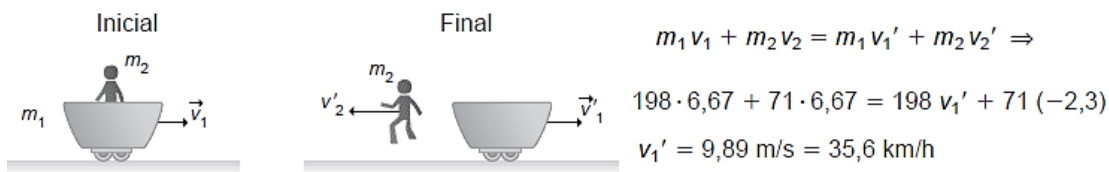
- El mecanisme d'un joc de tir al plat fa una força sobre els plats donada per la funció $F(t) = 96 - 800 t$, expressada en N, que actua entre l'instant $t_0 = 0$ i l'instant en què F s'anul·la. Si la massa dels plats val 90 g, amb quina velocitat surten disparats, si inicialment estan en repòs?



8. Calculeu en mòdul la velocitat de retrocés d'un canó que té una massa de 275 kg, sabent que dispara un projectil de massa 1,4 kg que surt amb una velocitat de 78 m/s.



9. Una vagoneta es mou sobre un carril horitzontal amb una velocitat de 24 km/h i porta una persona de 71 kg de massa. En un moment determinat, la persona salta de la vagoneta amb una velocitat de 2,3 m/s respecte del terra, en sentit contrari al del moviment de la vagoneta. Feu un esquema que representi les situacions inicial i final, i calculeu la velocitat final de la vagoneta, sabent que aquesta té una massa de 198 kg i sense tenir en compte el fregament.



10. Un dia en què ha nevat força s'ha dipositat una gran quantitat de neu sobre el sostre d'una estació; en el moment en què una màquina de tren de 9,1 t passa per l'estació, li cauen a sobre 396 kg de neu. Calculeu la velocitat que portava la màquina, sabent que la seva velocitat final és de 23 km/h i que la neu ha caigut suaument.

$$m_1 v_1 + m_2 v_2^0 = m_T v' \Rightarrow 9,1 \cdot 10^3 \cdot v_1 = 9,496 \cdot 10^3 \cdot 6,39 \Rightarrow v_1 = 6,67 \text{ m/s} = 24 \text{ km/h}$$

11. Els astronautes d'un transbordador espacial de 47,5 t es volen allunyar d'una estació espacial i tornar a la Terra; en un moment donat, engeguen els motors i els gasos de combustió són expulsats a una velocitat de 720 m/s respecte de l'estació. Calculeu l'augment de velocitat que experimenta el transbordador, sabent que inicialment està en repòs respecte a l'estació i que la massa dels gasos expulsats és de 950 kg.

$$m \cancel{v}^0 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \Rightarrow 950 \cdot 720 + 4,655 \cdot 10^4 v_2' = 0 \Rightarrow \Delta v = 14,7 - 0 = 14,7 \text{ m/s}$$

12. La força que actua sobre cos de massa 1,8 Kg ve donada per la funció: $F(t) = 5 - 4t$. Calcula la velocitat final del cos, suposant que la força actua entre los instants $t_0=1$ i $t_f=1$;

$$I = F \cdot \Delta t = \text{Area triangle} + \text{area rectangle} = 2 + 1 = 3 \quad ; \quad I = \Delta P = m \Delta v \rightarrow v_f = 5,2 \text{ m/s}$$

13. Se dispara horitzontalment una bala de 0,0045 kg de masa sobre un bloque de 1,8 kg de masa que está en reposo sobre una superficie horizontal, luego del impacto el bloque se desplaza 1,8 m y la bala se detiene en él. Si el coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y la superficie es de 0,2, ¿cuál era la velocidad inicial de la bala?

Sol: $FR = m \cdot a$; $m \cdot a = \mu \cdot m \cdot g \rightarrow a = 0,2 \cdot 10 = 2 \text{ m/s}^2$

Como: $v_2^2 - v_1^2 = 2 \cdot a \cdot \Delta x \rightarrow v_i^2 = -2 \cdot a \cdot \Delta x \rightarrow v_i = 2,683 \text{ m/s} \quad (1)$

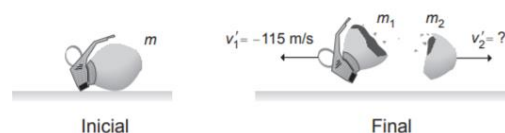
$m_1 \cdot v_{1i} + m_2 \cdot v_{2i} = m_1 \cdot v_{1f} + m_2 \cdot v_{2f} \rightarrow m_1 \cdot v_{1i} = m_2 \cdot v_{2f} \rightarrow v_{1i} = 1073 \text{ m/s}$

14. Una pareja de patinadores, uno de ellos de 80 Kg, patinan por una pista de hielo, yendo juntos a 10 m/s. Calcula cuál es la masa del segundo patinador, si sabemos que el patinador de 80 kg se queda completamente parado cuando impulsa al otro hasta una velocidad de 24 m/s. (Se conserva la p porque no hay fuerzas exteriores)

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2' \rightarrow (80 + m_2) \cdot 10 = 0 + m_2 \cdot 24 \rightarrow m_2 = 57 \text{ Kg}$$

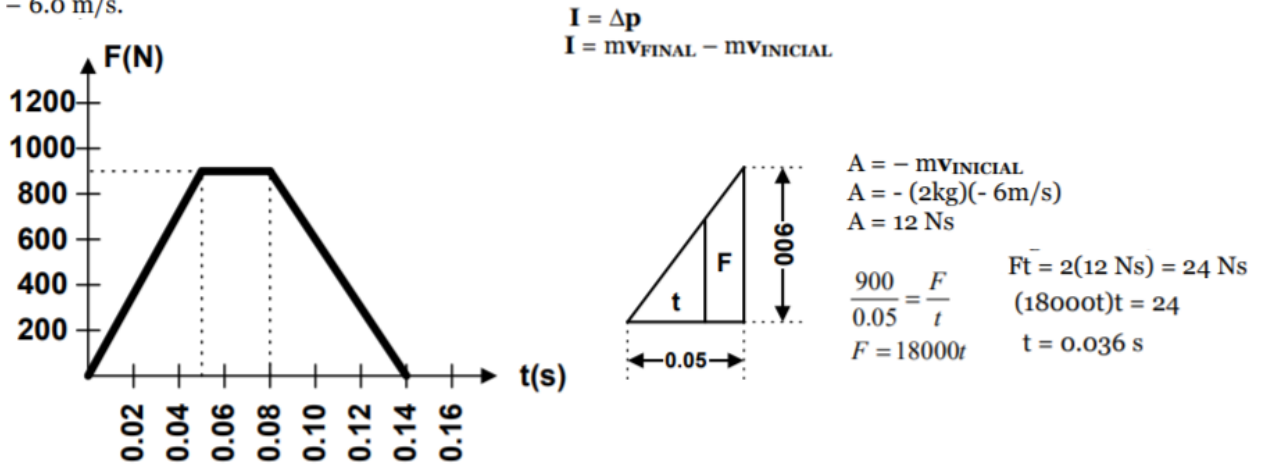
15. Una granada en repòs explota i es divideix en dos fragments, que surten disparats en la mateixa direcció. Si la velocitat amb què surt el primer fragment és de 115 m/s, calculeu la velocitat, en mòdul, del segon fragment, suposant que la massa d'aquest és la tercera part de la massa del primer, i feu un diagrama que representi les situacions inicial i final.

$$m_2 = m_1/3 \quad ; \quad 0 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \quad ; \quad v_2' = 345 \text{ m/s}$$



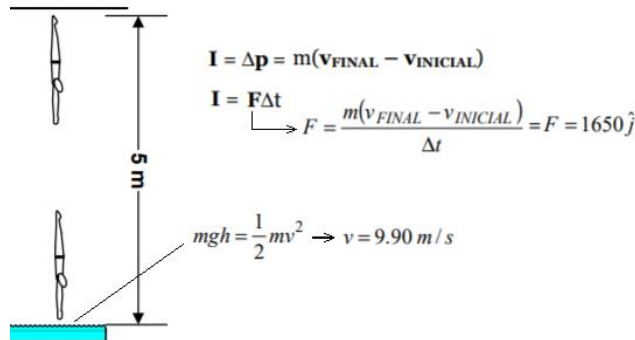
16. ->

Una fuerza de impulso unidimensional actúa sobre un objeto de 2 kg como se muestra en la figura 165. Encuentre el instante en que la velocidad de la partícula es cero, si tenía al tiempo $t = 0$ una velocidad de -6.0 m/s .



Cantidad de movimiento con energía mecánica (ver también tema energías)

17. Un clavadista de 75 Kg, salta a una piscina desde una distancia de 5 m y transcurre 0,45 seg. para que el agua reduzca la velocidad del hombre a 0. ¿Cuál fue la fuerza promedio que el agua ha ejercido sobre el hombre?



18. ->

Una pelota de masa 0.1 Kg se suelta desde una altura de 2 m y, después de chocar con el suelo, rebota hasta 1.8 m de altura. Determinar la cantidad de movimiento justo un instante antes de llegar al suelo y el impulso recibido al chocar con el suelo.

