Movimiento ondulatorio – Fenómenos ondulatorios - Ondas armónicas

Una onda es una perturbación que se propaga. **"**Perturbación" quiere indicar alteración del medio: ondulación en una cuerda, compresión en el aire (onda sonora), campos (onda electromagnética) …

<u>Clasificación según el medio de propagación</u>

Ondas mecánicas. necesitan un medio elástico de propagación. Son ondas materiales. Ej: el sonido.

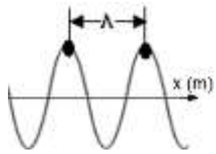
Ondas electromagnéticas. No necesitan ningún medio para propagarse. Pueden hacerlo en el vacío. Ej: la luz, radio TV...

<u>Clasificación según dirección de vibración</u>

Ondas transversales: dirección de perturbación y dirección de propagación son perpendiculares. Ej: ondas electromagnéticas, olas marinas…etc

Ondas longitudinales: dirección de perturbación y la de propagación es la misma. El sonido es una onda longitudinal.

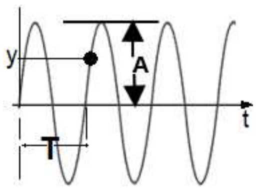
***Longitud de onda*, λ:** distancia mínima entre dos puntos que oscilan en fase.



Dos puntos *<u>están en fase</u>* cuando oscilan a la vez y están separados una distancia igual a un número entero de longitudes de onda: $\Delta x = \lambda, 2\lambda, 3\lambda \ldots = n\lambda$

Oscilan en *<u>oposición de fase</u>*, si cuando uno está situado en una cresta el otro lo está en un valle y están separados por una distancia múltiplo impar de *semilongitudes* de onda: $\Delta x = \frac{\lambda}{2}, 3\,\frac{\lambda}{2}, 5\,\frac{\lambda}{2} = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$

***Amplitud* (A):** valor máximo de la perturbación. Para medirlo se determina el valor de la altura de una cresta desde la línea base (la que divide en dos a la onda).



***Periodo* (T):** El tiempo en segúndos que la onda tarda dar una oscilación completa.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \text{ó} \quad T = \frac{1}{f}$$

***Frecuencia* (f):** número de oscilaciones q en un segundo $f = \frac{1}{T}$ Se mide en s^{-1} o Hz (herzios)

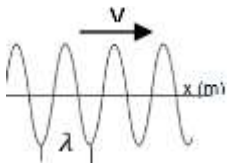
Número de onda (K) : número de oscilaciones por longitud de la onda: $\boxed{K = \frac{2\pi}{\lambda}}$

Relación entre la vel. angular ω y la vel. lineal v: $K = \frac{\omega}{v}$

Los colores que podemos percibir son ondas electromagnéticas de distintas frecuencias. En el sonido la frecuencia está relacionada con el tono (agudo a grave) y la amplitud con el volumen (débil o fuerte).

***Velocidad de propagación* de una onda (v):** $v = \frac{e}{t} = \frac{\lambda}{T} \rightarrow \boxed{v = \lambda f}$ (rapidez de traslación)

Ecuación de onda



Pulsación

Num. de onda

$$\boxed{y = A\ sen\ (\omega t \pm kx + \phi_0)}$$

Fase inicial (rad)

Amplitud

Signo – se propaga *hacia la derecha*.
Signo + se propaga *hacia la izquierda.*

Formas alternativas:

$$\boldsymbol{y(x,t)} = A\ sen\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right) = \boldsymbol{A\ sen\ 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)}$$

La ecuación de una onda tiene una doble dependencia: del tiempo (t) y de la distancia al origen (x).

Velocidad y aceleración (de oscilación)

Para una onda que se desplaza hacia la derecha: o también:

$$y = A\ sen\ (\omega t - kx + \varphi) \quad \rightarrow \quad x = A\ cos\ (\omega t - kx + \varphi)$$
$$v = \frac{dy}{dt} = -\ \omega A\ \ cos\ \ (\omega t - kx + \varphi) \quad \rightarrow \quad v = \ \omega\sqrt{A^2 - y^2}$$
$$a = \frac{dv}{dt} = -\ \omega^2 A\ sen\ (\omega t - kx + \varphi) \quad \rightarrow \quad a = \ -\omega^2 y$$

La fase inicial

En el instante t=0 y para x =0, tendremos:

$$y = A\ sen\ (\omega t - kx + \varphi) \quad \rightarrow \ y(0{,}0) = A\ sen\ (0 + \varphi) \quad \rightarrow \ sen\ (\varphi) = \frac{y_0}{A}$$
$$v = -\ \omega A\ \ cos\ \ (\omega t - kx + \varphi) \quad \rightarrow \ v(0{,}0) = -\ \omega A\ \ cos\ \ (\varphi) \quad \rightarrow \ cos\ \ (\varphi) = -\frac{v_0}{\omega\ A}$$

Variaciones:

Cuando la fase vale $\frac{\pi}{2}$: como $sen(\alpha + \frac{\pi}{2}) = cos(\ \alpha)$ $\rightarrow\ y = A\ \boldsymbol{sen}\ \left(\omega t - kt + \frac{\pi}{2}\right) = A\ \ \boldsymbol{cos}\ \ (kx - \omega t)$

Cuando la fase vale π : como $sen(\alpha + \pi) = sen(-\alpha)$ $\rightarrow\ y = A\ sen\ (kx - \omega t + \pi) = A\ sen\ (\omega t - kx)$

Desfase

<u>*en fase:*</u> *Si* distancia entre *dos puntos* igual a nº entero de longitudes de onda: $\Delta x = \lambda, 2\lambda, 3\lambda\ldots = n\lambda$

<u>*en oposición*</u> cuando uno de los puntos está en una cresta y otro en un valle $\Delta x = \frac{\lambda}{2}, 3\frac{\lambda}{2}, 5\frac{\lambda}{2}\ldots = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$.

<u>*en desfase*</u>: restando las fases (ángulo) de la ecuación de onda:

$$\Delta\phi = (kx_2 - \omega t + \phi_0) - (kx_1 - \omega t + \phi_0) = kx_2 - kx_1 \quad \rightarrow \quad \boxed{\Delta\phi = k(x_2 - x_1) = k\Delta x}$$

Para dos puntos en fase: $\Delta\phi = k\ \Delta x = k\ n\ \lambda = \frac{2\pi}{\cancel{\lambda}} n\ \cancel{\lambda} = n\ 2\pi$

Para dos puntos en oposición: $\Delta\phi = k\ \Delta x = k\ (2n+1)\ \frac{\lambda}{2} = \frac{\cancel{2}\pi}{\cancel{\lambda}}(2n+1)\ \frac{\cancel{\lambda}}{\cancel{2}} = (2n+1)\ \pi$

Energía asociada a una onda

Las ondas transportan energía de un punto a otro sin que exista transporte de masa. Si la onda es armónica los puntos del medio oscilan con MAS y su energía será la suma de la energía cinética y la potencial:

$$E = E_{cin} + E_{pot} = \frac{1}{2}kA^2$$

Relación entre la energía y sus parámetros característicos, como la frecuencia:

$$E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}m4\pi^2 f^2 A^2 = (2\pi^2 m)f^2 A^2$$

La frecuencia es una característica de las ondas. En la tabla adjunta se proporciona la frecuencia de algunas ondas electromagnéticas conocidas.

Tipo onda	Frecuencia (Hz)
Rayos gamma	10^{20} (100 EHz)
Rayos X	10^{18} (EHz)
Luz visible	10^{14} (100 THz)
Microondas	10^{9} (GHz)
Ondas de radio	10^{6} (MHz)

Como se ve la energía que los rayos X pueden transferir a los cuerpos sobre los que incidan es muy superior a la de las microondas, por ejemplo, y esa es una de las causas de la peligrosidad que presenta la exposición a radiaciones de alta frecuencia.

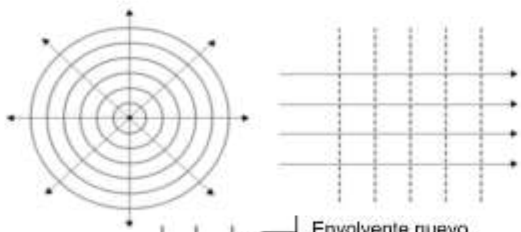
La amplitud está relacionada con la intensidad de la onda. De tal manera que para una onda de determinada frecuencia la energía transferida es tanto mayor cuanto mayor es su intensidad. La intensidad de una onda se atenúa muy rápidamente a medida que nos alejamos del foco emisor. De ahí que las consecuencias para la salud serán más graves si estamos próximos al foco emisor de las mismas (antenas de telefonía móvil u otro tipo de emisores).

El sonido también es una onda. En este caso, los efectos nocivos para la salud pueden provenir más de su elevada intensidad (volumen elevado), que de su frecuencia, ya que los sonidos audibles para el oído humano tienen frecuencias moderadas, situadas entre los 20 y los 20 000 Hz.

Fenómenos ondulatorios

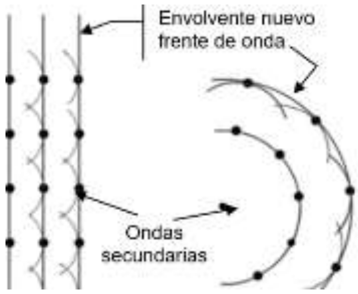
frentes de onda: *líneas continuas que unen todos los puntos de la onda que están en fase.*

rayos: líneas perpendiculares a los frentes de onda. Sentido de la propagación se indica con una flecha



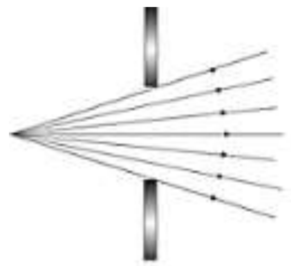
Principio de Huygens.(*Christian Huygens* 1629-1695) *cuando la perturbación la onda alcanza los puntos del medio, éstos se convierten en fuentes secundarias de ondas y se puede obtener el nuevo frente de ondas trazando la envolvente de las ondas secundarias emitidas*

El modelo de Huygens fue perfeccionado posteriormente por Kirchhoff quien introdujo una descripción matemática más rigurosa.

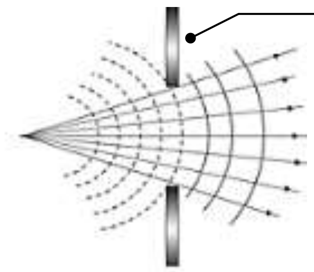


Difracción de las ondas

Cuando las ondas que se propagan encuentran un obstáculo, o un orificio, cuyas dimensiones son del orden de la longitud de onda de las ondas incidentes, las ondas se propagan entonces como si el orificio se convirtiera en un nuevo centro emisor.

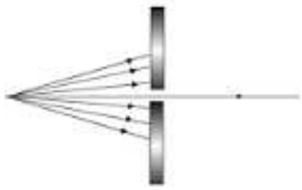


Chorro de partículas que inciden sobre una abertura

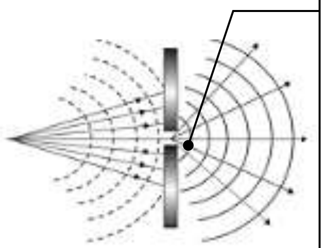


Ondas cuya longitud de onda es inferior al tamaño de la abertura

Si el orificio es mayor que la longitud de onda no hay difracción. Tras el obstáculo aparece una zona en la que no se propagan las ondas.

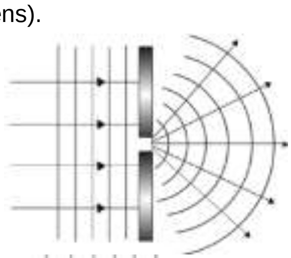


Chorro de partículas que inciden sobre una abertura



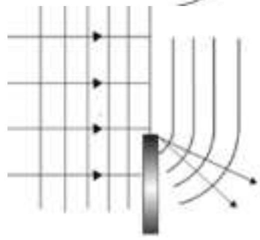
Ondas cuya longitud de onda es de tamaño comparable (o superior) al de la abertura

Si el orificio es de un tamaño similar a la longitud de onda (o menor) las ondas se difractan y se propagan detrás de él. Este fenómeno puede explicarse suponiendo que el orificio se convierte en una fuente secundaria de ondas (Principio de Huygens).



Si la onda incidente es plana la que emerge del orificio es una onda circular.

La onda difractada tiene la misma amplitud, frecuencia y longitud que la onda incidente.

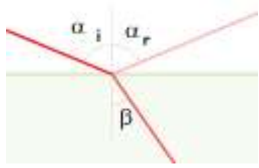


Difracción de una onda por un obstáculo interpuesto en su trayectoria. Los frentes de onda se curvan en sus bordes según lo predicho por el Principio de Huygens.

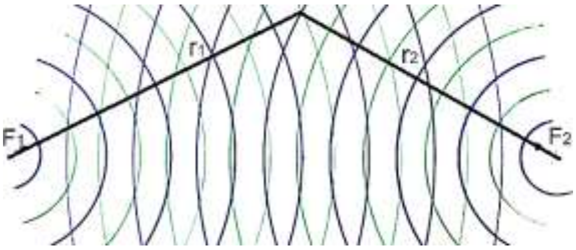
Reflexión y refracción.

Reflexión: Los ángulos de incidencia y de reflexión son iguales: $\boxed{\alpha_i = \alpha_r}$

Refracción: velocidad en distintos medios (v_1 y v_2): $\boxed{\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{v_1}{v_2}}$



Interferencias



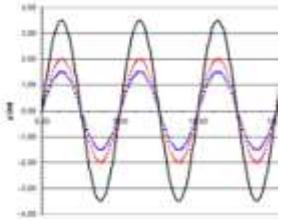
Cuando dos ondas coinciden en una región del espacio al mismo tiempo.

Se produce únicamente en los puntos en que ambas ondas coinciden.

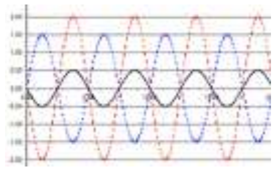
Por superposición la onda resultante se obtiene como suma de las ecuaciones de las ondas incidentes:

$$y_1 = A_1\ sen\ (k_1x \pm \omega_1t + \phi_1)$$
$$y_2 = A_2\ sen\ (k_2x \pm \omega_2t + \phi_2) \rightarrow \quad y = y_1 + y_2 = A_1\ sen\ (k_1x \pm \omega_1t + \phi_1) + A_2\ sen\ (k_2x \pm \omega_2t + \phi_2)$$

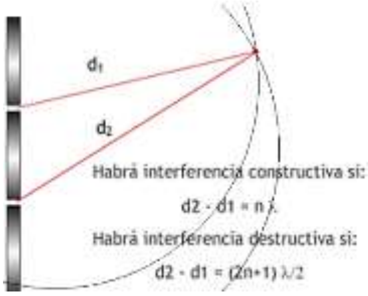
Ondas con la misma frecuencia y longitud de onda:



- ***Interferencia constructiva:*** En ondas con la misma frecuencia y longitud de onda (ondas coherentes), s*i la fase es idéntica. Las amplitudes se suman:*
  $A = A_1 + A_2$., cuando la diferencia entre las fases sea: $\Delta\phi = 2n\ \pi\ (n = 0,1,2\dots)$
  y ocurre en múltiplo entero de longitudes de onda: $\boxed{\boldsymbol{r_2 - r_1 = n\lambda}}$



- ***interferencia destructiva:*** *Si las ondas están en oposición, las amplitudes de ambas ondas se restan : $A = A_1 - A_2$. Si $A_1 = A_2$ y la onda resultante tiene una amplitud nula (extinción). Esto sucede cuando la diferencia en fase sea:* $\Delta\phi = (2n + 1\ )\pi$
  y ocurre cada número impar de semilongitudes de onda: $\boxed{\boldsymbol{r_2 - r_1 = (2n + 1)\frac{\lambda}{2}}}$

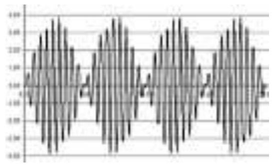


Interferencia producida por una doble rendija:
Cada rendija se convierte en un foco secundario de una onda idéntica.

Interf. constructiva: En las distancias diferencia de múltiplo entero de longitudes de onda. Las ondas llegan en fase.

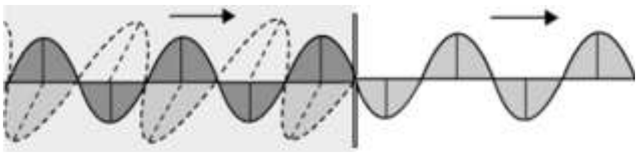
Interf. destructiva: En las distancias diferencia de múltiplo de media longitud de onda. Las ondas llegan en oposición.

Ondas con distinta frecuencia y longitud de onda:



Amplitud-frecuencia ***modulada*** (ondas AM): *Se produce este fenómeno cuando interfieren ondas de frecuencia muy próximas*. Entonces la amplitud de la onda resultante varía periódicamente con el tiempo creando una onda portadora.

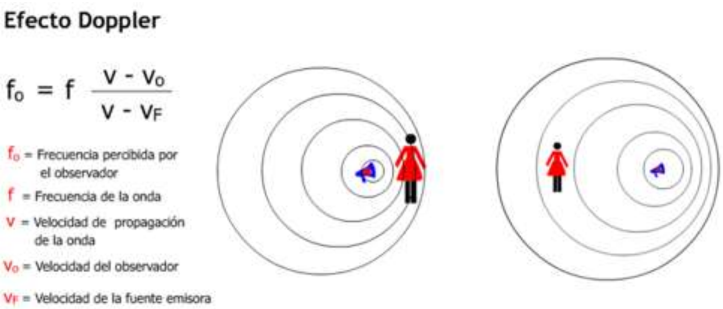
Polarización



Frecuentemente, las oscilaciones se localizan en varios planos. Pero es posible, "filtrar" la onda de forma que se seleccione *un único plano de oscilación*. La onda resultante se dice que ***está polarizada*** *ya que en ella la oscilación tiene lugar en un único plano.*

Efecto Doppler

Cambio de frecuencia *percibida por un observador cuando se mueve respecto de la fuente que lo emite.*



Si la fuente ***se acerca*** al observador: frentes de onda llegan al observador más juntos y como consecuencia, éste *percibe un sonido de* ***mayor frecuencia*** *que la emitida.*

Si la fuente ***se aleja*** del observador: *sonido* ***de menor frecuencia*** *que el emitido*

El efecto Doppler permitió a ***Edwin Hubble*** en 1929, afirmar que las galaxias se alejan.

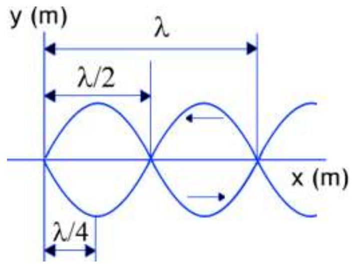
Ondas estacionarias

Cuando *interfieren dos* ***ondas idénticas*** *que se propagan en* ***sentidos contrarios*** (por ejemplo, cuando la onda reflejada y la incidente se encuentran). La onda resultante es la suma de las ondas que interfieren. La energía no se transmite de unos a otros como en las ondas. Por eso recibe el nombre de estacionaria.

$$\begin{array}{l} y_1 = A\ sin\ (\omega t - kx) \\ y_2 = A\ sin\ (\omega t + kx) \end{array} \Bigg| \quad y = y_1 + y_2 = A\,sin\ (\omega t - kx) + \ A\,sin\ (\omega t + kx)$$

ec posición: $y = A\,sin\ (\omega t + kx) - \ A\,sin\ (\omega t - kx) \ \rightarrow \ \boxed{y = 2A\sin(kx)\cdot\cos(\omega t)}$

ec velocidad: $\boxed{v = \frac{dy}{dt} = -2A\ sin(kx)\cdot\omega\cdot\sin(\omega t)}$



- La amplitud depende de la distancia al origen (x)
- ***Nodos*** (amplitud nula y=0): cuando $sin(kx) = 0 \rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}x = \pi \rightarrow \boxed{x = n\frac{\lambda}{2}}$

  se localizan desde el origen cada semilongitud de onda n(λ/2):
- ***Vientres*** (amplitud máxima y=2A): cuando $sin(kx) = \pm 1 \ \rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}x = \frac{\pi}{2}$

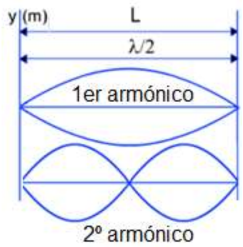
  se localizan desde el origen cada nº impar de cuartos: $\boxed{x = (2n+1)\frac{\lambda}{4}}$

Distancia entre nodos: λ/2
Distancia entre vientres: λ/2
Distancia nodo-vientre: λ/4

Ondas estacionarias en cuerdas vibrantes y en tubos

A. Cuerda fija en ambos extremos o tubo cerrado

Como en los extremos existe un nodo, *la longitud de la cuerda o el tubo será igual a un número entero de semilongitudes de onda*. (violín, guitarra, violoncello o piano)



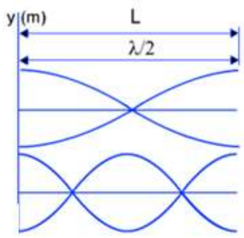
Condición para que se forme la onda: $\boxed{L = n\frac{\lambda}{2}\ ;\ \lambda = \frac{2L}{n} \rightarrow f = \frac{v}{2L}\cdot n}$ n = 1, 2, 3...

n = 1: *primer armónico***,** n =2 *segundo armónico,* n =3 *tercer armónico,* *etc…*

Las frecuencias de los armónicos son doble, triple...etc. del fundamental.

B. Cuerda libre en ambos extremos o tubo abierto en ambos extremos

Como existe un vientre en ambos extremos, *la longitud de la cuerda o tubo será igual a un número entero de semilongitudes de onda (ejem: la* flauta dulce)

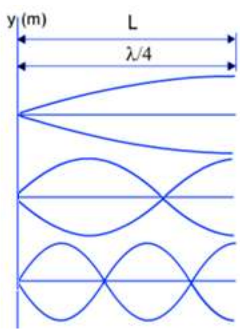


Condición para que se forme: $\boxed{L = n\frac{\lambda}{2}\ ;\ \lambda = \frac{2L}{n} \rightarrow f = \frac{v}{2L}\cdot n}$ n = 1, 2, 3...

El primer armónico tiene un nodo (en el centro), el segundo armónico, dos...etc.

C. Cuerda fija en un extremo y libre en el otro o tubo abierto en uno de sus extremos

Instrumentos "de embocadura" como clarinete u oboe. Como existe un nodo en el extremo fijo y un vientre en el libre, *la longitud de la cuerda o tubo será un múltiplo impar de cuartos de la longitud de onda.*



Condición necesaria: $\boxed{L = n\ \frac{\lambda}{4}\ ;\ \lambda = \frac{4L}{n} \rightarrow f = \frac{v}{4L}n}$ para n = 1, 3, 5...(impares)

o también: $\boxed{L = (2n+1)\cdot\frac{\lambda}{4}}$ para n = 0, 1, 2...

- Para n = 1: Primer modo de vibración (*modo fundamental o primer armónico*): λ = 4L
- Para n = 3: Tercer modo de vibración o *tercer armónico*. $\lambda = \frac{4L}{3}$; y *frecuencia triple.*
- Para n = 5: Quinto armónico. $\lambda = \frac{4L}{5}$ → *frecuencia quíntuple de la fundamental*

→ *Observar que se encuentran <u>ausentes</u> los armónicos <u>pares</u>.*

Ondas sonoras – Sonido

Cuando algo vibra en el aire esta vibración se transmite mediante una onda sonora que es una ***onda de presión*** motivada por *el desplazamiento de porciones de aire* en el sentido en el que se desplaza la onda (longitudinal). Este desplazamiento adelante y atrás provoca zonas de presión y depresión.

Las ondas sonoras son ondas materiales, que necesitan el aire (u otro medio elástico) para su propagación.

El oído humano percibe sonidos comprendidos entre los 20 y los 20 000 Hz, aunque su sensibilidad no es la misma para las diferentes frecuencias.

Cualidades del sonido

- ***Intensidad*** relacionada con su amplitud
- ***Tono*** relacionado con la frecuencia
- ***Timbre*** relacionado con la cantidad de armónicos que "acompañen" a las notas fundamentales

Velocidad de propagación *de las ondas sonoras*

Depende del medio en el cual se propaga. En general, cuanto más rígido sea el medio más rápidamente se propagarán las ondas.

Medio	v (m/s)
Aire	330 - 340
Agua	1 400 - 1 500
Hierro	4900

En los gases es proporcional a la temperatura $v = k\sqrt{T}$ K=cte del gas

Energía del mov ondulatorio

$$E = E_{cmax} = \frac{1}{2}mv_{max}^2 = \frac{1}{2}m(A\omega)^2$$

Es proporcional al cuadrado de su frecuencia y de su amplitud

Intensidad *de las ondas sonoras*

- Es la energía que atraviesa por segundo la unidad de superficie
- También como la *potencia por unidad de superficie* (perpendicular a la propagación) *W/m²*.

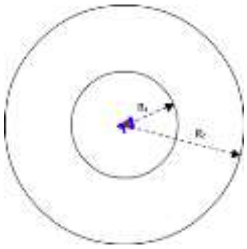
$$I = \frac{E}{S \cdot t} \rightarrow \boxed{I = \frac{P}{S}}$$

La intensidad es proporcional al cuadrado de su amplitud. El oído humano puede detectar un rango desde aproximadamente 10^{-12} W/m² (1 pW/m²), nivel mínimo de audición (llamado umbral de audición), hasta 1 W/m².

Variación con la distancia:

$$I_1 = \frac{P}{S_1}\ ;\ I_2 = \frac{P}{S_2}$$

$$P = I_1\ S_1 = I_2\ S_2$$



Como sup. esfera vale: $4\pi r^2$ $\quad I_1\ S_1 = I_2\ S_2\ ;\ I_1\ 4\pi R_1^2 = I_2\ 4\pi R_2^2 \rightarrow I_1\ R_1^2 = I_2\ R_2^2 \rightarrow$

$$\boxed{\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2^2}{R_1^2}}$$

Como la intensidad es proporcional al cuadrado de la amplitud, también podemos escribir:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{A_1^2}{A_2^2}\ ;\ \frac{A_1^2}{A_2^2} = \frac{R_2^2}{R_1^2}\ ;\ \boxed{\frac{A_1}{A_2} = \frac{R_2}{R_1}}$$

atenuación de la intensidad: *La intensidad disminuye proporcionalmente al cuadrado de la distancia al centro emisor*

La sensación sonora que produce en nosotros un aumento en la intensidad de un sonido no se corresponde con el incremento real, ya que para apreciar un aumento de intensidad doble se precisa que la intensidad física sea diez veces mayor, efecto llamado ***nivel de intensidad sonora:***

Sensación sonora: $\boxed{\boldsymbol{\beta = 10\ log\frac{I}{I_0}}}$

$\boldsymbol{I}$ es la intensidad del sonido considerado
$\boldsymbol{I_0}$ = 10^{-12} W/m² nivel de referencia usando el sonido más débil percibido.

Su magnitud es adimensional. Se usa el ***decibelio (dB)*** en honor a G. Bell

Sonido	dB
Respiración normal	10 - 20
Conversación en voz baja	20 - 40
Conversación normal	40 - 60
Calles ruidosas. Fábrica mediana.	60 80
Gritos humanos, silbato agudo	80 90
Martillo neumático (exterior).	90 100
Despegue avión (a 60 m)	100 -120

El umbral mínimo se corresponde con: $\beta = 10\ log\frac{I}{I_0} = 10\ log\frac{10^{-12}\ W/m^2}{10^{-12}\ W/m^2} = \mathbf{0}\ dB$

El límite superior (umbral de dolor) con: $\beta = 10\ log\frac{I}{I_0} = 10\ log\frac{1\ W/m^2}{10^{-12}\ W/m^2} = \mathbf{120}\ dB$

PAUS física ones – selectivitat - selecat.cat

2014 P5) D'una manera molt simplificada, podem dir que la trompeta és un instrument musical de vent en què les diferents notes són produïdes aplicant aire per un extrem (que es considera tancat a causa de la presència dels llavis del músic) i que s'emeten per l'altre, considerat obert. Les notes produïdes corresponen a determinats harmònics associats a les ones estacionàries que s'originen a l'instrument. La trompeta consta també de tres pistons que, quan es premen, augmenten de manera efectiva la longitud i canvien les notes emeses.
a) Si la longitud total del tub que representa la trompeta és L_0=0,975m, indiqueu quina és la longitud d'ona i la freqüència dels tres primers modes de vibr estacionaris que es poden generar a la trompeta.
b) Quan el músic fa sonar l'instrument mentre prem el segon pistó, produeix la nota *si* de la tercera octava, de freqüència f = 247Hz. Sabent que aquesta nota correspon al segon mode de vibració permès a la cavitat de l'instrument, quina és ara la longitud efectiva de la cavitat? Quin és el recorregut extra Dl que fa l'aire dins de la trompeta quan es prem aquest pistó? *Dada*: *Velocitat del so en l'aire, 340 ms^{-1}*

a) Com que la trompeta conté un extrem tancat i un altre obert, la condició per les possibles ones estacionàries dins de la seva cavitat és

$$l_0 = \frac{\lambda_n}{4} + \frac{\lambda_n}{2}n = \frac{\lambda_n}{4}(2n+1) \quad n = 0,1,2,3,\ldots \boxed{0.2}$$

D'aquesta relació obtenim que les possibles ones estacionaries a la trompeta tenen longituds d'ona

$$\lambda_n = \frac{4l_0}{2n+1} \boxed{0.2}$$

Tanmateix, essent $\lambda = v/f$ on v és la velocitat del so al medi i f la freqüència de l'ona, resulta

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{v}{4l_0}(2n+1) \boxed{0.3}$$

Això doncs, amb n=0, 1 i 2 obtenim els valors

$$\left.\begin{array}{c} n=0 \\ \lambda_0 = \frac{4\times0,975}{1} = 3,90\,\text{m} \\ f_0 = \frac{340}{4\times0,975} = 87.2\,\text{Hz} \end{array}\right\} \boxed{0.1} \quad \left.\begin{array}{c} n=1 \\ \lambda_1 = \frac{4\times0,975}{3} = 1,30\,\text{m} \\ f_1 = \frac{340}{4\times0,975}3 = 262\,\text{Hz} \end{array}\right\} \boxed{0.1} \quad \left.\begin{array}{c} n=2 \\ \lambda_2 = \frac{4\times0,975}{5} = 0,78\,\text{m} \\ f_2 = \frac{340}{4\times0,975}5 = 436\,\text{Hz} \end{array}\right\} \boxed{0.1}$$

b) L'ona ressonant dins de la cavitat de la trompeta correspon al segon mode de vibració, es a dir, al mode $n = 1$ $\boxed{0.2}$ de les expressions anteriors. Això doncs hauria de ser $l = 3\lambda/4$. Com que $\lambda = v/f$, resulta

$$l = \frac{3}{4}\lambda = \frac{3}{4}\left(\frac{v}{f}\right) = \frac{3\times340}{4\times247} = 1,03\,\text{m}\,. \boxed{0.4}$$

La variació en la longitud de la cavitat recorreguda per l'aire quan es prem el segon pistó és, per tant,

$$l_1 = l - l_0 = 1,03 - 0,975 = 5,5\cdot10^{-2}\,\text{m} \boxed{0.4}$$

P5) El timbre que sona en una escola a l'hora del pati perquè els alumnes tornin a classe és molt fort. Per tal de saber fins on el sentiran, en cas de no haver-hi edificis ni cap mena de pèrdua d'energia, mesurem amb el telèfon intel·ligent (smartphone) el nivell d'intensitat sonora a 7,0 m de distància del timbre i obtenim un valor de 50 dB. Calculeu:
a) La intensitat del so en el lloc on fem la mesura. **b**) La potència del timbre. A partir de quina distància del timbre els alumnes deixaran de sentir el so?
Dada: Les persones no poden percebre els sons que tenen una intensitat inferior a I_0=1,0×10^{-12}Wm^{-2}. Suposeu que el timbre és un emissor de so puntual que emet en totes les direccions.
Soluc.:

a) $\beta = 10\cdot\log\frac{I_1}{I_0} \rightarrow 50 = 10\cdot\log\left(\frac{I}{1\cdot10^{-12}}\right) \rightarrow I = 10^{-7}\ w/m^2$

b) $I = \frac{P}{Sup} = \frac{P}{4\pi r^2} \rightarrow P = I\cdot4\pi r^2 = 6,2\cdot10^{-5}\ w$ç

c) $I = I_0 \rightarrow r = 2,2\cdot10^3$

P5) La corda d'un violí fa 32cm de llargària i vibra amb una freqüència fonamental de 196Hz. a)Expliqueu raonadament quina és la longitud d'ona del mode fonamental i digueu en quins punts de la corda hi ha els nodes i els ventres. Calculeu la velocitat de propagació de les ones que, per superposició, han generat l'ona estacionària de la corda. b)Dibuixeu, de manera esquemàtica, el perfil de l'ona estacionària del tercer i del cinquè modes de vibració i calculeu-ne les freqüències.

a) La relació entre la longitud d'ona dels harmònics d'una corda i la longitud d'aquesta ve donada per l'expressió:

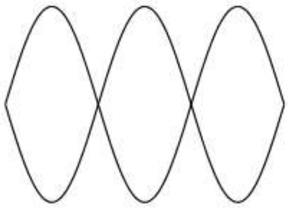
$$n\,\frac{\lambda}{2} = L\,(n = 1, 2, 3...)\,\boxed{0.2} \Rightarrow$$

El node fonamental el tindrem per $n = 1$, per tant: $\lambda = 2\,L = 64\text{cm}$ $\boxed{0.2}$. Els ventres estaran just al mig i els nodes un a cada extrem $\boxed{0.2}$

La velocitat de propagació serà:

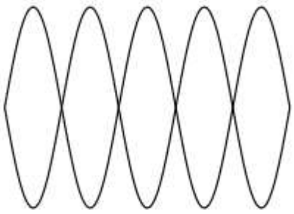
$$v_p = \lambda\nu\,\boxed{0.2} = 0,64\,\text{m}\,196\,\text{Hz} = 125\text{m/s}\,\boxed{0.2}$$

b) Tercer harmònic:



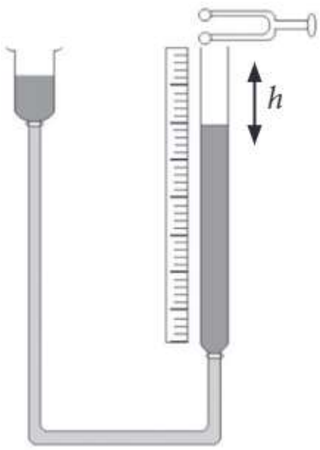
$$\lambda_3 = \frac{2}{3}L\,\boxed{0.1} = 21,3\,\text{cm} \Rightarrow \nu_3 = \frac{v_p}{\lambda_3} = 587\,\text{Hz}\,\boxed{0.1}$$

Cinqué harmònic:



$$\lambda_5 = \frac{2}{5}L\,\boxed{0.1} = 12,8\,\text{cm} \Rightarrow \nu_5 = \frac{v_p}{\lambda_5} = 977\,\text{Hz}$$

P5) Per a mesurar la velocitat del so en l'aire podem fer servir un tub de ressonància. Regulant el nivell de l'aigua, es poden produir situacions de ressonància quan l'ona estacionària té un ventre a l'extrem obert del tub. Quan el diapasó vibra amb una freqüència de 440Hz, fem baixar el nivell de l'aigua fins que observem la primera situació de ressonància per a h=19cm, que es reconeix perquè es produeix una intensificació nítida del so, i també observem una segona situació de ressonància per a h=57cm.



a)Dibuixeu l'esquema de l'ona estacionària per a cadascuna de les situacions de ressonància descrites i determineu la velocitat del so en l'aire.

b)Si el diapasó emet ones sonores amb una potència de 0,01W, calculeu els decibels que percebrà una persona situada a 3m.Dada:Intensitat del llindar d'audició: I0=10–12Wm^{-2}

a) De forma esquemàtica podem representar les situacions de ressonància en les gràfiques següents:

La relació entre la longitud d'un tub sonor i la longitud d'ona en condició de r

$$L_n = \frac{\lambda}{4}(1+2n)\,\boxed{0.2} \Rightarrow$$

$$L_n - L_{n-1} = \frac{..}{4}(1+2n) - \frac{..}{4}(1+2(n-1)) = \frac{\lambda}{2}\,\boxed{0.2} = 0,57\,\text{m} - 0,19\,\text{m} = 0$$

La velocitat del so serà:

$$v_{so} = \lambda\nu = 334\,\text{m/s}\,\boxed{0.2}$$

b) La intensitat de so rebuda serà:

$$I = \frac{P_T}{4\pi d^2}\,\boxed{0.3} = 8,84\cdot 10^{-5}\,\text{W/m}^2\,\boxed{0.2}$$

Per tant el nivell de só en dB serà:

$$\beta = 10\log\frac{I}{I_0} = \boxed{0.3} = 79\,\text{dB}\,\boxed{0.2}$$

P5) Les sis cordes d'una guitarra vibren entre dos punts fixos (el pont i la celleta). Per a certes freqüències de vibració de la corda es generen ones estacionàries entre tots dos extrems. Si la guitarra està afinada, la vibració de la primera corda en el mode fonamental correspon a la nota mi, de 330 Hz.

a) Determineu la longitud d'ona del mode fonamental, si la longitud de la corda són 65,0 cm, i calculeu també la velocitat de propagació de les ones que, per superposició, generen l'ona estacionària.

b) Si un espectador situat a 3,0 m de distància de la guitarra percep una sensació sonora de 30 dB, quina sensació sonora percebrà si sonen tres guitarres idèntiques tocant la mateixa nota?
Dada: Intensitat llindar, $I_0 = 1{,}0 \times 10^{-12}$ W m^{-2}

a) El mode fonamental (1er harmònic) correspon a aquell on la longitud d'ona és el doble de la longitud de la corda: La velocitat de propagació és: $\lambda_0 \;=\; 2\,L \;=\; 1{,}30\text{m}$

$$v \;=\; \lambda_0\,\nu_0 \;=\; 1{,}3\cdot 330 \;=\; 429 \text{ m/s}$$

b) Per $d \;=\; 3$ m tenim $\beta \;=30$ dB, si I_1 és la intensitat sonora de una guitarra $\Rightarrow \beta_1 \;=\; 10\;\log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \;=\; 30$ dB

Per tres guitarres: $I_3 \;=\; 3\;I_1$ $\boxed{\mathbf{0.2}}$ i la sensació sonora serà:

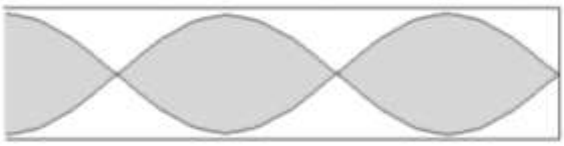
$$\beta_3 \;=\; 10\;\log\left(\frac{I_3}{I_0}\right) \;=\; 10\;\log\left(\frac{3\;I_1}{I_0}\right) \;=\; 10\left[\log 3\;+\log\left(\frac{I_1}{I_0}\right)\right] \;\Rightarrow$$

$$\beta_3 \;=\; 10\;\log(3) \;+\; 10\;\log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \;=\; 10\;\log(3) \;+\; 30 \;=\; 35 \text{ dB}$$

P4) El clarinet és un instrument de fusta en forma de tub en el qual es generen ones estacionàries. L'instrument es pot assimilar a un tub ple d'aire obert per un extrem i tancat per l'altre. La figura mostra el mode tercer harmònic, on l'aire vibra amb una freqüència de 637 Hz.

a) Quina és la llargària del clarinet? b) Si la nota es toca amb una intensitat d'1,00 × 10–5 W m–2 i produeix una intensitat sonora determinada a dos metres de distància, en quants decibels augmenta el nivell de sensació sonora a la mateixa distància si la intensitat es duplica?

Dada: vso = 340 m s $^{-1}$



a) De l'esquema veiem que la llargada del clarinet (L) ´es:

$$L \;=\; \lambda_3 \;+\; \frac{\lambda_3}{4} \;=\; \frac{5\lambda_3}{4} \Rightarrow \lambda_3 \;=\; \frac{4L}{5}$$

Per altre banda: $v_{so} \;=\; \lambda_3\,\nu_3 \;=\; \boxed{\mathbf{0.2}}\;\frac{4L}{5}\;\nu_3$

Per tan: $L \;=\; \frac{5v_{so}}{4\nu_3} \;=\; \frac{5\;.\;340}{4\;.\;637} \;=\; 6{,}67\cdot 10^{-1}$ m

b) Si la intensitat del so augmenta el doble: El Nivell de sensació sonor inicial:

$$\beta_1 \;=\; 10\log\left(\frac{I_1}{I_0}\right)\;dB\;\boxed{\mathbf{0.4}}$$

Nou nivell de sensació sonor, al augmentar la intensitat en un factor 2:

$$\beta_2 \;=\; 10\log\left(\frac{2I_1}{I_0}\right) \;=\; 10\log 2 \;+\; 10\log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \;=10\log 2+\beta_1$$

$$\Delta\beta \;=\beta_2 \;-\; \beta_1 \;=\; 10\log 2 = \;3.01\;dB$$

Per tan el nivell de sensació sonor augmenta en $3{,}01\;dB$

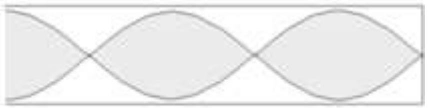
2012. P4) La membrana d'un altaveu vibra amb una freqüència de 300 Hz i una amplitud de1,00 mm i produeix un to pur. En les condicions de l'experiment, la velocitat del soés 340 m s–1.
a)Calculeu la longitud d'ona, la pulsació i el període del so produït.
b)Indiqueu com seran, qualitativament, la freqüència i la longitud d'ona enregistrades per un observador en cada un dels casos següents, comparades (més gran / més petit / igual) amb la freqüència i la longitud d'ona originals:
— L'altaveu s'acosta ràpidament a l'observador.
— El so arriba a l'observador després d'haver-se reflectit en una paret

Solució:
a)

$$v = \lambda \nu \Rightarrow \lambda = \frac{340\ \mathrm{m/s}}{300\ \mathrm{s^{-1}}} = 1,13\ \mathrm{m}\ [\mathbf{0.4}]$$
$$\omega = 2\pi\nu = 1,88 \times 10^{3}\ \mathrm{rad/s}\ [\mathbf{0.3}]$$
$$T = \frac{1}{\nu} = 3,33 \times 10^{-3}\ \mathrm{s}\ [\mathbf{0.3}]$$

b) La freqüència enregistrada per l'observador serà major i la longitud d'ona menor. Una justificació suficient pot ser citar l'efecte Doppler o representar els fronts d'ona.b2. Ni la freqüència ni la longitud d'ona canviaran. justificació suficient: indicar que no hi ha hagut canvi de medi, o representar els fronts d'ona o indicar que a la reflexió únicament canvia la direcció de propagació.

P4) El clarinet és un instrument de fusta en forma de tub en el qual es generen ones estacionàries. L'instrument es pot assimilar a un tub ple d'aire obert per un extrem i tancat per l'altre. La figura mostra el mode tercer harmònic, on l'aire vibra amb una freqüència de 637 Hz. a) Quina és la llargària del clarinet? b) Si la nota es toca amb una intensitat d'1,00 × 10–5 W m–2 i produeix una intensitat sonora determinada a dos metres de distància, en quants decibels augmenta el nivell de sensació sonora a la mateixa distància si la intensitat es duplica?
Sol: L=0,66 $\beta\Delta$=3,01



P5) D'una manera molt simplificada, podem dir que la trompeta és un instrument musical de vent en què les diferents notes són produïdes aplicant aire per un extrem (que es considera tancat a causa de la presència dels llavis del músic) i que s'emeten per l'altre, considerat obert. Les notes produïdes corresponen a determinats harmònics associats a les ones estacionàries que s'originen a l'instrument. La trompeta consta també de tres pistons que, quan es premen, augmenten de manera efectiva la longitud i canvien les notes emeses. a)Si la longitud total del tub que representa la trompeta és l0=0,975m, indiqueu quina és la longitud d'ona i la freqüència dels tres primers modes de vibració estacionaris que es poden generar a la trompeta. b) Quan el músic fa sonar l'instrument mentre prem el segon pistó, produeix la nota si de la tercera octava, de freqüència f=247Hz. Sabent que aquesta nota correspon al segon mode de vibració permès a la cavitat de l'instrument, quina és ara la longitud efectiva de la cavitat? Quin és el recorregut extra Dl que fa l'aire dins de la trompeta quan es prem aquest pistó? Dada: Velocitat del so en l'aire, 340ms–1
Pista:λ =3,9 =1,30, =0,78 b) L=1,03

P5) El timbre que sona en una escola a l'hora del pati perquè els alumnes tornin a classe és molt fort. Per tal de saber fins on el sentiran, en cas de no haver-hi edificis ni cap mena de pèrdua d'energia, mesurem amb el telèfon intel·ligent (smartphone) el nivell d'intensitat sonora a 7,0m de distància del timbre i obtenim un valor de 50dB. Calculeu:a)La intensitat del so en el lloc on fem la mesura.b)La potència del timbre. A partir de quina distància del timbre els alumnes deixaran de sentir el so?Dada:Les persones no poden percebre els sons que tenen una intensitat inferior a I0=1,0×10–12Wm–2. Suposeu que el timbre és un emissor de so puntual que emet en totes les direccions.

P4) La membrana d'un altaveu vibra amb una freqüència de 300 Hz i una amplitud de1,00 mm i produeix un to pur. En les condicions de l'experiment, la velocitat del soés 340 m s–1.
a) Calculeu la longitud d'ona, la pulsació i el període del so produït.
b) Indiqueu com seran, qualitativament, la freqüència i la longitud d'ona enregistrades per un observador en cada un dels casos següents, comparades (més gran / més petit / igual) amb la freqüència i la longitud d'ona originals:
— L'altaveu s'acosta ràpidament a l'observador.
— El so arriba a l'observador després d'haver-se reflectit en una paret

Pista: λ = 1,13

P5) Les sis cordes d'una guitarra vibren entre dos punts fixos (el pont i la celleta). Per a certes freqüències de vibració de la corda es generen ones estacionàries entre tots dos extrems. Si la guitarra està afinada, la vibració de la primera corda en el mode fonamental correspon a la nota mi, de 330 Hz. a) Determineu la longitud d'ona del mode fonamental, si la longitud de la corda són 65,0 cm, i calculeu també la velocitat de propagació de les ones que, per superposició, generen l'ona estacionària. b) Si un espectador situat a 3,0 m de distància de la guitarra percep una sensació sonora de 30 dB, quina sensació sonora percebrà si sonen tres guitarres idèntiques tocant la mateixa nota? Dada: Intensitat llindar, $I_0 = 1{,}0 \times 10^{-12}$ W m^{-2}

Jun 2019. L'any 2004 es va aconseguir mesurar la massa d'un virus. Es va determinar la freqüència d'oscil·lació d'un braç horitzontal petitíssim, primer sense el virus i després amb el virus adherit. Sense el virus, la freqüència d'oscil·lació era de $2{,}00 \times 10^{15}$ Hz, i amb el virus, aquesta freqüència va ser de $2{,}87 \times 10^{14}$ Hz.

a) Si suposem que el braç horitzontal sense el virus adherit es comporta com una molla amb una massa oscil·lant de $2{,}10 \times 10^{-16}$ g lligada a un extrem, quina és la constant elàstica d'aquesta suposada molla?

b) Partint de la mateixa suposició anterior sobre el comportament oscil·latori del sistema, calculeu la massa del virus.

a) $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \omega_{\text{braç}} = 2\pi f_{\text{braç}} = 4\pi \times 10^{15} \Longrightarrow k = m_{\text{braç}}\omega_{\text{braç}}^2 = 3{,}32 \times 10^{13}$

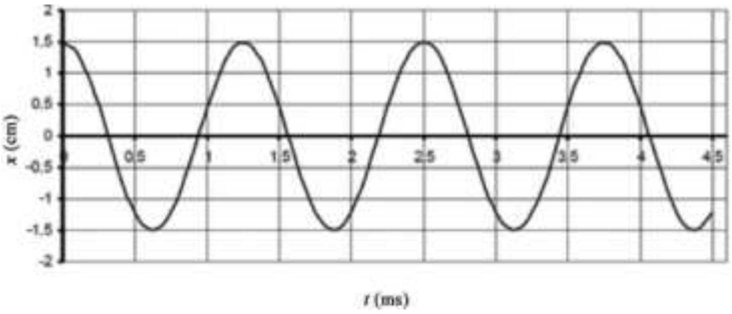
b) $\omega_{\text{braç+virus}} = 2\pi f_{\text{braç+virus}} = 5{,}74\pi \times 10^{14} \Longrightarrow k = (m_{\text{braç}} + m_{\text{virus}})\,\omega_{\text{braç+virus}}^2$

$$m_{\text{braç}} + m_{\text{virus}} = \frac{k}{\omega^2} \Longrightarrow m_{\text{virus}} = 1{,}02 \times 10^{-17} - m_{\text{braç}} = 9{,}99 \times 10^{-18}\,\text{kg}$$

Jun 2017. P3) Un sistema vibrador situat al punt x=0 oscil·la tal com s'indica en aquest gràfic elongació-temps i transmet el moviment a una corda, de manera que es genera una ona transversal amb una longitud d'ona de 20,0 cm.

a)Determineu el període, l'amplitud i la freqüència de la vibració i la velocitat de propagació de l'ona per la corda. Escriviu l'equació de l'ona plana (no oblideu indicar totes les unitats de les magnituds que hi apareixen).

b)Demostreu, a partir de l'equació d'ona, que la velocitat màxima a la qual es mouen els punts de la corda en les seves oscil·lacions es pot calcular amb l'expressió vmax=Aω(en què A és l'amplitud i ω és la pulsació)



Sol:
Del gràfic es pot extraure: T=1,25 ms A =1.5 cm

$f = \frac{1}{T} = 800\,s^{-1} \qquad v = \lambda f = 160\ \text{ms}^{-1} \qquad y(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \phi_0)$

Si s'usa la funció cosinus, $\phi_0 = 0$. Si s'usa la funció sinus, aleshores $\phi_0 = \frac{\pi}{2} rad$ o bé $\phi_0 = -\frac{3\pi}{2} rad$.

$\omega = 2\pi f = 1600\pi\ rad/s$

$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 10\pi\ rad/m$

$y(x,t) = 1.5cm\cos\left(1600\pi \frac{rad}{s} t - 10\pi \frac{rad}{m} x\right)$ També serien vàlides expressions equivalents (amb sinus, amb *A* en metres, traient el π factor comú, escrivint ω = 5027 rad/s i *k* = 31,4 rad/m, etc.

b) $v_y(x,t) = \frac{dy}{dt} = -A\omega\sin(\omega t - kx + \phi_0)$ Quan el valor de la fase $(\omega t - kx + \phi_0)$ va prenent tots els valors possibles, el seu sinus varia entre -1 i + 1.

En un campionat mundial de futbol, la vuvuzela, un instrument musical d'animació molt sorollós, atesa la forma cònica i acampanada que té, va despertar una gran controvèrsia per les molèsties que causava. Aquest instrument produeix el so a una freqüència de 235 Hz i crea uns harmònics, és a dir, sons múltiples de la freqüència fonamental (235 Hz), d'entre 470 Hz i 1 645 Hz de freqüència. La vuvuzela és molt irritant, perquè els harmònics amb freqüències més altes són els més sensibles per a l'oïda humana. Dades: vso a l'aire = 340 m/s; I0 = 10−12 W/m2 .

a) Amb les dades anteriors, calculeu la longitud aproximada d'una vuvuzela.

b) Un espectador es troba a 1 m d'una vuvuzela i percep 116 dB. Molest pel soroll, s'allunya fins a una distància de 50 m. Quants decibels percep, aleshores?

$$\nu = \frac{v_{so}}{\lambda} \Rightarrow L = \frac{v_{so}}{2\nu} = \frac{340m/s}{2 \times 235Hz} = 0,72m$$

$$\beta(I) = 10\log\frac{I}{I_0}(dB), I_0 : \text{llindar de referència}, I_0 = 10^{-12}W/m^2$$

$$116 = 10\log\frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 11,6 = \log(I) - \log(10^{-12}) = \log(I) + 12$$

$$\log(I) = 11,6 - 12 = -0,4 \Rightarrow I = 10^{-0,4} \sim 0,4W/m^2$$

$$I' d'^2 = I d^2 \Rightarrow I' = \frac{I d^2}{d'^2} = \frac{0.4 \cdot 1}{50^2} = 1,6 \times 10^{-4}\,W/m^2$$

$$\beta = 10\log\left(\frac{1,6 \times 10^{-4}}{10^{-12}}\right) = 82\,\text{dB}$$